

УДК 621.391

ОЦЕНКА КАНАЛЬНОГО РЕСУРСА МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ПОВТОРЕНИЯ ЗАБЛОКИРОВАННОЙ ЗАЯВКИ

С. Н. Степанов, директор департамента ОАО «Интеллект Телеком», д.т.н., stepanov@i-tc.ru
О. А. Кокина, старший специалист ОАО «Интеллект Телеком», kokina@i-tc.ru

Ключевые слова: модель мультисервисной сети, повторение заблокированной заявки, оценка канального ресурса.

Введение. Пользователь услуг сетей связи (в современных инфокоммуникационных системах это может быть не только человек, но и устройство, подключенное к сети) с некоторой вероятностью повторяет заблокированную попытку соединения. Потоки повторных вызовов приводят к лавинообразному росту трафика в определенных направлениях, резко ухудшая качество работы сети. В абонентских терминалах обычно предусматривается возможность повторения вызова нажатием одной кнопки. Это значительно упрощает процедуру повторения заявки и усиливает отрицательные эффекты, сопутствующие данному явлению. В рассматриваемых условиях традиционные расчетные методики уже не пригодны для решения задач планирования сетей. Очевидно, что при наличии существенной доли повторных заявок в поступающем потоке, оценка канального ресурса на основе модели с потерями, где каждая заявка ассоциирована с новым вызовом, приведет к сильному завышению требуемого объема канального ресурса.

Модели с учетом эффекта повторных заявок активно исследовались в рамках моносервисных конструкций. Более подробные обзоры результатов выполненных исследований приведены в [1, 2]. Переход к мультисервисным аналогам соответствующих моделей не вносит принципиальных сложностей в проведение их исследований. Соответствующий результат и будет показан в данной работе.

Описание модели. Основные входные параметры сети: n — число потоков заявок на выделение канального ресурса; J — число линий сети; c_j — скорость передачи j -й линии ($j = 1, 2, \dots, J$), выраженная в единицах ресурса, требуемого для обслуживания поступающих заявок. Модель поступления и обслуживания заявок k -го потока характеризует следующие параметры: λ_k — интенсивность поступления; $\frac{1}{\mu_k}$ — среднее время обслуживания; b_k — объем канального ресурса, необходимый для обслуживания одной заявки; p_k — вероятность недоступности вызываемого устройства; H_k — вероятность повторения заявки из-за нехватки канального ресурса или недоступности вызываемого устройства; $\frac{1}{v_k}$ — среднее время между последовательными повторными заявками одного абонента, $k = 1, 2, \dots, n$.

Будем считать, что для каждого анализируемого потока поступление заявок подчиняется закону Пуассона, а время их обслуживания и время до поступления повторной попытки имеют экспоненциальное распределение с соответствующими параметрами. Топология сети задается маршрутной матрицей R , которая определяет множество N_j номеров потоков заявок, использующих j -ю линию, ($j = 1, 2, \dots, J$), и множество R_k номеров линий, составляющих маршрут движения трафика, относящегося к обслуживанию k -й заявки, $k = 1, 2, \dots, n$:

$$R = \| \| r_{j,k} \| \| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ J \end{matrix} & \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & \dots & r_{1,n} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & \dots & r_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{J,1} & r_{J,2} & \dots & r_{J,n} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

В приведенном формальном выражении для маршрутной матрицы величина $r_{j,k}$ ($j = 1, 2, \dots, J, k = 1, 2, \dots, n$), определяется из выражения:

$$r_{j,k} = \begin{cases} b_k, & i\text{-я линия используется при обслуживании} \\ & \text{заявки } k\text{-го потока;} \\ 0, & i\text{-я линия не используется при обслуживании} \\ & \text{заявки } k\text{-го потока.} \end{cases}$$

Для каждого потока моменты поступления заявок на выделение канального ресурса представляют собой суперпозицию пуассоновского потока первичных заявок и потока повторных обращений, инициированных реакцией пользователей на неудачную попытку установить соединение. Таким образом, в структуре входного потока выделено пуассоновское ядро, создаваемое неограниченным числом пользователей с малой интенсивностью поступления заявок, и поток повторных заявок от случайного числа пользователей с большой интенсивностью поступления заявок. Число пользователей, повторяющих заявку, определяется качеством работы сети. Схема формирования k -го потока заявок в модели мультисервисной сети с учетом повторных требований приведена на рис. 1.

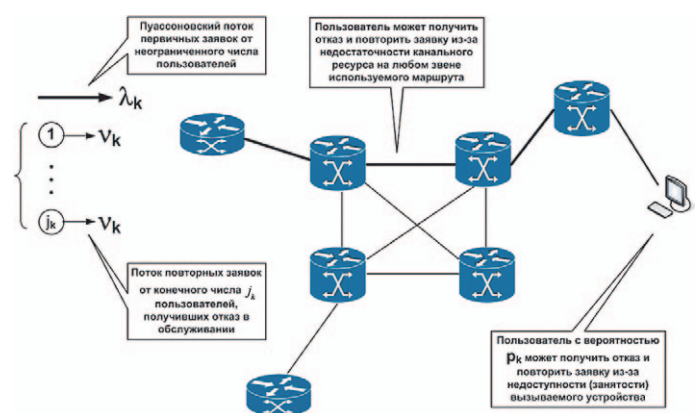


Рис. 1

Рассмотрим процесс функционирования введенной модели в стационарном режиме и обозначим для k -го потока: j_k — число абонентов, повторяющих заявку на выделение канального ресурса; i_k — число заявок, находящихся на обслуживании. Состояние модели задается вектором $(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$ с целочисленными компонентами, где значения j_k , ($k = 1, 2, \dots, n$), изменяются в интервале $[0, \infty)$, а значения i_1, \dots, i_n в совокупности удовлетворяют неравенству

$$\sum_{k \in N_j} b_k i_k \leq c_j, \quad j = 1, 2, \dots, J.$$

В пространство состояний S исследуемой модели включены векторы $(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$ с компонентами, удовлетворяющими перечисленным выше условиям. Динамика изменения состояний построенной модели описывается случайным марковским процессом:

$$r(t) = (j_1(t), \dots, j_n(t), i_1(t), \dots, i_n(t)),$$

определенным на бесконечном пространстве состояний S . Введем множество состояний $U_k \subset S$, которое будет использоваться для определения доли времени недоступности k -го маршрута для обслуживания поступающих заявок. В каждом из состояний $(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n) \in U_k$ найдется хотя бы одна линия, входящая в состав k -го маршрута, в которой недостаточно свободного канального ресурса для обслуживания поступающей заявки k -го потока.

Характеристики занятия канального ресурса. Обозначим через $p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$ вероятности стационарных состояний процесса $r(t)$. Существование стационарного режима накладывает ограничения на изменение входных параметров модели. Их определение требует отдельного исследования и здесь не рассматривается. Отметим только, что для большинства практически интересных ситуаций такие ограничения выполняются. Введем также сокращенное обозначение для состояний, входящих в множество S в виде $w = (j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$. Используя значения стационарных вероятностей, дадим определения основным показателям качества обслуживания поступающих потоков заявок. В их числе:

$$\pi_{p,k} = \sum_{w \in U_k} p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$$

— доля первичных заявок k -го потока, потерянных из-за нехватки необходимого объема канального ресурса на одном из звеньев маршрута следования трафика, инициированного обслуживанием заявки k -го потока;

$$\Lambda_{b,k} = \lambda_k (p_k + (1 - p_k) \sum_{w \in U_k} p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)) + \\ + \nu_k (p_k + (1 - p_k) \sum_{w \in U_k} p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n) j_k)$$

— общая интенсивность потока первичных и повторных заявок k -го потока, заблокированных по разным причинам;

$$\Lambda_k = \sum_{w \in S} p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n) (\lambda_k + \nu_k j_k)$$

— общая интенсивность потока первичных и повторных заявок k -го потока;

$$\pi_{a,k} = \frac{\Lambda_{b,k}}{\Lambda_k}$$

— доля заявок k -го потока, потерянных по разным причинам;

$$y_k = \sum_{w \in S} p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n) i_k$$

— среднее число заявок k -го потока, находящихся на обслуживании.

Наряду с основными показателями качества обслуживания заявок можно ввести ряд дополнительных характеристик, например, M_k — среднее число повторных заявок на одну первичную, J_k — среднее число пользователей, повторяющих заявку и т. д. Делается это по аналогии с определением рассмотренных выше характеристик.

Для расчета введенных показателей необходимо каким-то образом решить систему уравнений статистического равновесия, связывающую значения $p(j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n)$. Несмотря на растущие возможности вычислительной техники, сделать это можно только для модели мультисервисного звена. Соответствующее исследование выполнено в [3]. Систему уравнений равновесия можно использовать для нахождения разного рода соотношений между показателями обслуживания заявок [4]. Они получаются и выглядят в точности также, как для модели мультисервисного звена. Приведем необходимые выражения. Для упрощения последующих формул примем далее, что значения интенсивностей $\lambda_k, \nu_k, k = 1, 2, \dots, n$ выражены в числе поступлений заявок k -го потока за время обслуживания одной заявки, которое принимается равным единице. Законы сохранения интенсивностей поступающих и обслуженных сетью потоков заявок имеют вид:

$$\Lambda_k - \lambda_k = \Lambda_{b,k} H_k, \quad \Lambda_k = \Lambda_{b,k} + y_k, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Полученные соотношения можно использовать как для косвенной оценки показателей работы системы, так и для построения приближенных алгоритмов вычисления соответствующих показателей. Рассмотрим решение обеих задач более подробно.

Формулы для косвенной оценки интенсивности поступления первичных заявок λ_k , а также ряда других показателей, по известным значениям общей доли потерянных заявок $\pi_{a,k}$, среднего числа заявок, находящихся на обслуживании, y_k и вероятности повторения заявки H_k , имеют вид:

$$\lambda_k = y_k \frac{1 - \pi_{a,k} H_k}{1 - \pi_{a,k}}; \quad \Lambda_k = \frac{y_k}{1 - \pi_{a,k}}; \quad \Lambda_{b,k} = \frac{y_k \pi_{a,k}}{1 - \pi_{a,k}}; \\ J_k = \frac{y_k \pi_{a,k} H_k}{(1 - \pi_{a,k}) \nu_k}; \quad M_k = \frac{\pi_{a,k} H_k}{1 - \pi_{a,k} H_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Ниже законы сохранения (1) будут использованы для построения приближенного алгоритма расчета введенной модели мультисервисной сети. Алгоритм будет получен путем модификации метода просеянного трафика. Для оценки показателей обслуживания заявок в частных случаях могут быть также применены асимптотические [5] и некоторые специальные методы [6].

Оценка характеристик. Излагаемый ниже подход является комбинацией методов пуассоновской замены [1,3] и просеянного трафика [7,8]. Будем считать выполненными основные предположения, лежащие в основе соответствующих подходов.

1. Моменты поступления первичных и повторных заявок образуют пуассоновский поток с неизвестной интенсивностью $x_k, k = 1, 2, \dots, n$.

2. Отказы в выделении канального ресурса на отдельных звеньях маршрута не зависят друг от друга.

Из последнего предположения следует формула для оценки доли заявок, потерянных из-за недостаточности канального ресурса на отдельных звеньях k -го маршрута сети:

$$\pi_k \approx 1 - \prod_{j \in R_k} (1 - B_{k,j}), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

В (3) $B_{k,j}$ — оценка доли заявок k -го потока, потерянных на j -м звене сети. Величины $B_{k,j} (j = 1, 2, \dots, n, k \in N_j)$ зависят от неизвестных значений x_1, \dots, x_n . Построим процедуру их определения. Она следует из сформулированных предположений о процессе поступления и обслуживания заявок в исследуемой модели мультисервисной сети.

Обозначим через $x_1^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$ последовательность значений s -го приближения к неизвестным значениям интенсивностей поступающих потоков заявок. Будем предполагать, что при $s \rightarrow \infty$ эта последовательность сходится к искомому решению x_1, \dots, x_n , которое используется для оценки показателей обслуживания заявок в исследуемой модели сети. Для вычисления значений $x_1^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$ предлагается выполнить следующие шаги.

В качестве начального шага рекурсии предполагаем, что

$$x_i^{(0)} = \lambda_i, \dots, x_n^{(0)} = \lambda_n.$$

При фиксированном $s = 1, 2, \dots$ и известных значениях $x_1^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$ методом просеянного трафика определяют величины $B_{k,j}$, где $j = 1, 2, \dots, n$, $k \in N_j$. Для оценки $B_{k,j}$ используется модель отдельного звена сети [3]. Обозначим через $F_{k,j}(\cdot)$ зависимость $B_{k,j}$ от структурных параметров j -го звена. В соответствии с результатами [7, 8] для определения $B_{k,j}$ необходимо решить систему неявных уравнений

$$B_{k,j} = F_{k,j}(c_j, x_l(1-p_l) \prod_{u \in R_l \setminus \{j\}} (1-B_{l,u}), l \in N_j). \quad (4)$$

В (4) $j = 1, 2, \dots, J$, $k \in N_j$. Система уравнений (4) решается методом подстановок (см. [1,3,8]). Найденные значения $B_{k,j}$ ($j = 1, 2, \dots, n$, $k \in N_j$) подставляют в (3) и находят величины π_k , $k = 1, 2, \dots, n$. Они являются функциями значений $x_1^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$. Эта зависимость представляется в виде: $\pi_k(x_1^{(s)}, \dots, x_n^{(s)})$, $k = 1, 2, \dots, n$.

Определяют значения $(s+1)$ -го приближения к искомому решению. Значения компонентов $x_k^{(s+1)}$, $k = 1, 2, \dots, n$, вычисляются из следующих соотношений (детали реализации используемого подхода см. в [8]):

$$x_k^{(s+1)} = \frac{\lambda_k}{1 - (p_k + \pi_k(x_1^{(s,s+1)}, \dots, x_n^{(s,s+1)})(1-p_k))H_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

В приведенном равенстве верхний индекс $(s, s+1)$ означает, что при выполнении вычислений используется $(s+1)$ -й компонент решения, если же он неизвестен, то подставляется значение s -го компонента.

Далее совершается переход к шагу 2, и повторяются указанные действия до достижения сходимости, которая оценивается стандартными средствами.

После определения x_1, \dots, x_n находят значения π_k , $k = 1, 2, \dots, n$. Для этого используются соотношения (3). Пусть $\pi_{p,k}^a, \pi_{a,k}^a, J_k^a, M_k^a, \Lambda_{b,k}^a, \Lambda_k^a, y_k^a$ — оценки показателей исследуемой модели мультисервисной сети с повторными заявками, полученные с помощью рассмотренного приближенного алгоритма. Они обозначены теми же символами, что и соответствующие точные значения показателей сети, только с индексом a сверху. Формулы для их вычисления через известные значения характеристик и параметров модели имеют вид:

$$\begin{aligned} \pi_{p,k}^a &= \pi_k, \quad \pi_{a,k}^a = \pi_{p,k}^a + (1 - \pi_{p,k}^a)p_k; \\ J_k^a &= \frac{x_k - \lambda_k}{v_k}, \quad M_k^a = \frac{x_k - \lambda_k}{\lambda_k}, \quad y_k^a = x_k(1 - \pi_{a,k}^a); \\ \Lambda_{b,k}^a &= x_k(\pi_{p,k}^a + (1 - \pi_{p,k}^a)p_k), \quad \Lambda_k^a = x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

Исследуем точность построенного приближенного алгоритма оценки характеристик модели мультисервисной сети с учетом возможности повторения заблокированной заявки. Соответствующее исследование выполним на примере сети кольцевой структуры, показанной на рис. 2. Сеть состоит из пяти узлов и пяти линий.

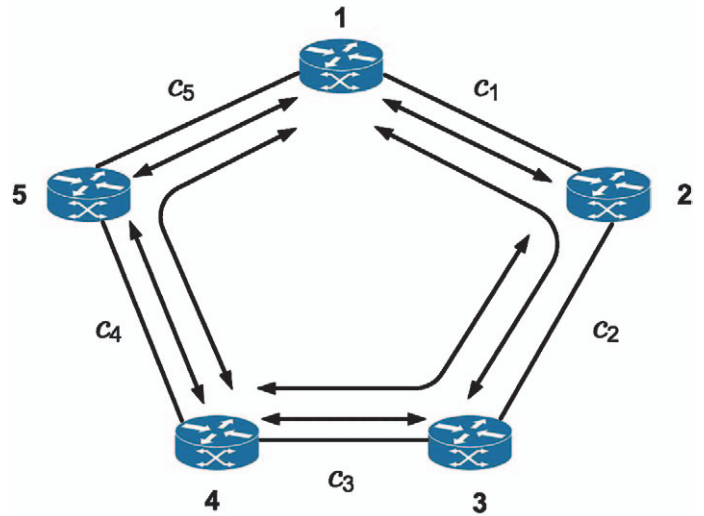


Рис. 2

Маршрутная матрица сети:

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_9 & b_{10} & b_{11} & b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \end{matrix} \end{matrix}.$$

В модели анализируется процесс обслуживания 14 потоков заявок, различающихся маршрутами следования трафика и объемом канального ресурса, необходимого для обслуживания одной заявки. Значения $b_{2,i-1} = 1$ и $b_{2,i} = 20$, $i = 1, 2, \dots, 7$. Результаты точного и приближенного расчетов доли потерянных заявок для модели сети (рис. 2) с возможностью повторения заявки, получившей отказ приведены в таблице.

Таблица

Маршрут	Интенсивности заявок, Эрл		Имитационное моделирование		Приближенный расчет	
	a_1^*	a_2^*	π_1^*	π_2^*	π_1^*	π_2^*
1,2	50	2,5	0,17	0,52	0,168	0,486
1,2,3	40	2	0,18	0,63	0,178	0,626
2,3,4	60	3	0,18	0,61	0,177	0,613
3,4	30	1,5	0,17	0,51	0,166	0,468
4,5	20	1	0,17	0,50	0,166	0,460
4,5,1	70	3,5	0,18	0,61	0,177	0,605
5,1	80	4	0,16	0,40	0,161	0,379

Для оценки погрешности расчетов приводятся значения этих же показателей, полученные имитационным моделированием. Нижний индекс в обозначении характеристик и параметров указывает на число канальных единиц, необходимых для обслуживания одной заявки. Цифра 1 соответствует использованию одной канальной единицы, 2 — двадцати. Чтобы нижний индекс не ассоциировался с номером потока в обозначениях, используется звездочка. Параметры поведения пользователя, получившего отказ в обслуживании, задаются равенствами $H_k = 0,7$ и $v_k = 2$, $k = 1, 2, \dots, 14$. Вероятность недоступности вызываемого устройства определяется равенствами $p_k = 0,15$, $k = 1, 2, \dots, 14$. Объем ресурса линий, выраженный в канальных единицах, находится из равенств

$c_1 = 180, c_2 = 200, c_3 = 180, c_4 = 180, c_5 = 180$. Среднее время обслуживания одной заявки взято равным единице. Значения интенсивностей поступления заявок перечислены в таблице.

Результаты расчетов, приведенные в таблице, показывают, что разработанный подход обеспечивает приемлемую точность оценки показателей работы сети в ситуации, когда для пользователя предусмотрена возможность повторения заблокированной заявки. Необходимый объем ресурса определяется по схеме, приведенной в [8].

Заключение. Проанализированная модель мультисервисной сети связи построена с учетом возможности повторения заблокированной заявки. Разработанный приближенный алгоритм оценки основных показателей обслуживания заявок может быть использован для создания методик оценки объема канального ресурса в условиях необходимости учета возможности повторения заблокированной заявки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Степанов С. Н.** Численные методы расчета систем с повторными вызовами. — М.: Наука, 1983.
2. **Falin G. I., Templeton J. G. C.** Retrial Queues. — Chapman & Hall, 1997.
3. **Кокина О. А., Степанов С. Н.** Построение модели и алгоритмов оценки характеристик пропускной способности звена мультисервисной сети связи с учетом повторных вызовов//Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 6.
4. **Степанов С. Н.** Интегральные соотношения равновесия для неполнодоступной системы с повторными попытками и их применение//Проблемы передачи информации. — 1980. — Т. 16. — Вып. 4.
5. **Stepanov S. N.** Generalized model with retrials in case of extreme load//Queueing Systems. — 1997. — Vol. 27.
6. **Stepanov S. N.** Markov Models with Retrials: The Calculation of Stationary Performance Measures Based on the Concept of Truncation/Mathematical and Computer Modelling. — 1999. — Vol. 30.
7. **Ross K., Chung S.** Reduced load approximations for multi-rate loss networks service//IEEE Transactions on Communications. 1993. — Vol. 41, № 8.
8. **Степанов С. Н.** Основы телетрафика мультисервисных сетей. — М.: Эко-Трендз, 2010.

Получено 18.11.09
