

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ М-ИЧНЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Н. М. Ашимов, профессор Военного института Общевоинской академии ВС РФ, д.т.н.

И. В. Грачев, преподаватель Военного института Общевоинской академии ВС РФ, к.т.н.; ivangrachev@yandex.ru

**Ключевые слова:** оценка помехоустойчивости, вероятность ошибки, кодовая комбинация, многопозиционный сигнал.

**Предварительное замечание.** М-ичными принято называть многопозиционные радиотехнические системы (РТС) передачи информации, сигналы которых (в отличие от сигналов двоичных систем), имеют основание кода  $m > 2$ . Довольно широко распространено мнение о том, что М-ичные системы обладают более высокой помехоустойчивостью по сравнению с двоичными и такое мнение получило подтверждение в ряде литературных источников [3–5].

При объяснении этого положения рассматривается вероятность ошибки на элемент двоичного и многопозиционного сигнала, которая принята в настоящее время практически повсеместно в качестве критерия оценки помехоустойчивости РТС передачи информации.

**Сравнительная оценка помехоустойчивости ФТ, ЧТ и АТ-сигналов.** Оценка по данному критерию помехоустойчивости систем, работающих с двоичными ФТ, ЧТ, АТ и многопозиционными ЧТ-сигналами, показывает, что одна и та же вероятность ошибки при работе с многопозиционными ЧТ-сигналами достигается при значительно меньшем отношении сигнал/шум (ОСШ) в полосе фильтра, согласованного с элементом сигнала.

Вероятность ошибки в приеме символа двоичной комбинации при когерентном приеме равна:

$$P_o = 1 - F(Aq),$$

где  $q^2 = \frac{U_m^2}{2\sigma^2}$  — ОСШ в полосе согласованного фильтра (СФ);

$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$  — интеграл вероятности Лапласа;  $A$  — постоянный коэффициент. Для ФТ-сигналов  $A = \sqrt{2}$ , для ЧТ-сигналов  $A = 1$ , для АТ-сигналов  $A = 1/\sqrt{2}$ .

**Обработка  $m$ -ичного сигнала.** Предполагается, что многопозиционный сигнал принимается на  $m$  полосовых СФ с последующим синхронным детектированием, т. е. используются  $m$  корреляторов. Решение о приеме элемента сигнала принимается по наибольшему напряжению на выходе соответствующего коррелятора. Вероятность ошибки в приеме элемента многопозиционного ЧТ-сигнала определяется выражением:

$$P_o = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \left[ F(y + q_m \sqrt{2}) \right]^{m-1} dy, \quad (1)$$

где  $q^m$  — ОСШ в полосе фильтра, согласованного с элементом многопозиционного ЧТ-сигнала.

На рис. 1 представлены кривые зависимости вероятности ошибки от ОСШ для двоичных ФТ, ЧТ, АТ и многопозиционного ЧТ-сигнала при  $m = 64$ .

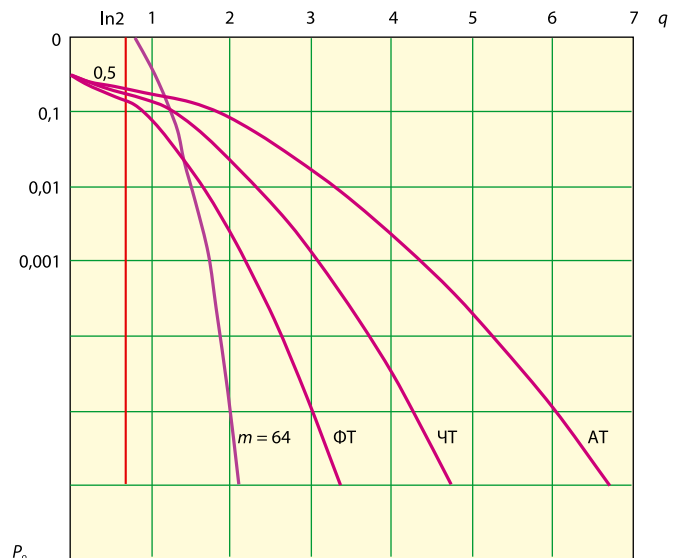


Рис. 1

При  $m \rightarrow \infty$  ОСШ стремится к  $\sqrt{\ln 2}$ . Эта величина может быть названа пределом Шеннона. Из рис. 1 видно, что кривая для многопозиционного ЧТ-сигнала располагается при малых значениях вероятности ошибки значительно левее не только кривой, соответствующей двоичному ЧТ-сигналу, но и двоичному ФТ-сигналу.

**Критерий оценки помехоустойчивости  $m$ -ичных сигналов.** Возникают по крайней мере два важных и принципиальных вопроса:

- может ли вероятность ошибки в приеме элемента кодовой комбинации и ее зависимость от ОСШ служить критерием оценки помехоустойчивости РТС передачи информации?
- при каких условиях и какому виду кодирования следует отдавать предпочтение при построении РТС передачи информации?

Ответ на первый вопрос, как ни странно, будет отрицательным. Хотя процедура определения вероятности ошибки на элемент кодовой комбинации при поэлементной обработке сигнала всегда присутствует при оценке помехоустойчивости РТС. Вероятность ошибки в приеме элемента кодовой комбинации не может служить критерием и показателем помехоустойчивости системы. Использование этого показателя ограничивается рамками и областью применения критерия оптимального обнаружения (приема) Котельникова или так называемого критерия идеального наблюдателя. Согласно этому критерию риск, возникающий при ложном приеме сигнала и при его пропуске, одинаков и может быть принят равным единице. Тогда средний риск определяется формулой:

$$R_{cp} = P(A_0)P_{л} + P(A_1)P_{пр},$$

где  $P(A_0)$  — априорная вероятность того, что сигнал не передан, а  $P(A_1)$  — передан;  $P_{л}$  — вероятность ложного приема

сигнала;  $P_{пр}$  — вероятность пропуска сигнала, т. е. это не что иное как вероятность ошибки. Она определяется и может служить некоторым мерилем качества приема информации только в случае, когда априори известно, что сигнал передан.

Однако факт передачи сигнала может быть установлен лишь в результате правильного приема другого стартового сигнала, предшествующего информационному. Если информационный сигнал должен быть принят с минимальными искажениями и доставлен получателю в том виде, в каком был передан, то к стартовому сигналу, представляющему собой также двоичную или многопозиционную кодовую комбинацию, предъявляются другие требования, поскольку здесь решается задача обнаружения, а не точного воспроизведения переданного сигнала.

Таким образом, помехоустойчивость РТС передачи информации (в данном случае это — система связи) прежде всего определяется вероятностью правильного приема стартовой части сигнала, достигаемой при заданном и весьма малом значении вероятности его ложного приема. Это означает, что по отношению к стартовой части сигнала будет применяться статистический критерий Неймана-Пирсона. Этим критерием пользуются также в радиоприемах управления (называемых иначе командными радиоприемами), вызова корреспондента, оповещения и т. д.

**Критерии оценки помехоустойчивости РТС передачи информации.** Помехоустойчивость РТС передачи информации целесообразно оценивать по так называемой характеристике помехоустойчивости, представляющей собой зависимость вероятности правильного приема команды  $P_k$  от отношения напряжения помехи  $U_n$ , взятого в полосе 1 кГц, к напряжению сигнала на входе приемника  $U_c$  (рис. 2).

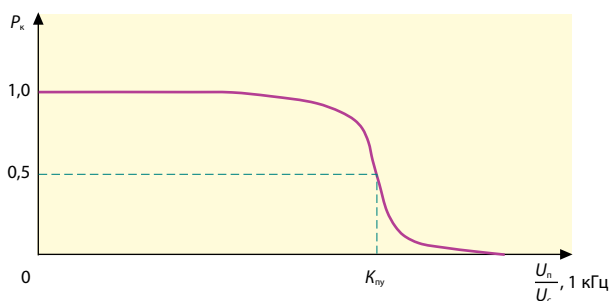


Рис. 2

Отношение  $U_n/U_c$ , при котором  $P_k = 0,5$ , называется коэффициентом помехоустойчивости  $K_{пч}$ . Характеристика и  $K_{пч}$  определяются при заданном значении вероятности ложного приема команды. Команда может содержать одну или несколько кодовых комбинаций при двоичном или многопозиционном кодировании. В большинстве случаев применяется так называемое многочастотное кодирование, т. е. многопозиционное кодирование, когда кодовым признаком служит частота колебаний — параметр, контролируемый с наибольшей точностью и применяемый в качестве эталона при измерении других физических величин.

При ответе на второй поставленный вопрос (при каком кодировании обеспечивается более высокая помехоустойчивость РТС) ограничимся сравнением потенциальной помехоустойчивости двоичных и многочастотных систем. При этом будем исходить из неопровержимого факта, что потенциальная помехоустойчивость в многочастотной РТС достигается при работе с ОМ-сигналами, когерентном приеме или приеме на полосовой СФ, а также когда радиоприем является

«вырожденной», т. е. команда состоит из единственного элемента. Потенциальная помехоустойчивость в двоичной РТС достигается при работе с ФТ и ЧТ-сигналами при обработке двоичной комбинации в «целом».

**Помехоустойчивость беспороговых позиционных систем.** Многочастотные РТС передачи информации подразделяются на беспороговые и пороговые системы. В пороговых системах решение об обнаружении (приеме) сигнала принимается по факту пересечения сумм сигнала и шума с фиксированным пороговым уровнем. В беспороговых системах порог как таковой отсутствует, решение же о приеме сигнала принимается по наибольшему значению продетектированного напряжения. Рассмотренные выше М-ичные системы относятся к беспороговым. Двоичная система при обработке символа является беспороговой, а при обработке всей двоичной комбинации — пороговой системой.

Оценим потенциальную помехоустойчивость М-ичной системы. Она достигается, когда команда состоит из одного элемента, представляющего отрезок гармонических колебаний, и при когерентном приеме. Сигнал принимается на  $m$  полосовых СФ, следовательно вероятность ложного приема сигнала за время  $T_a$  составит:

$$P_{л} = \frac{T_a}{mT_k},$$

где  $T_k$  — длительность команды. Основание кода, равное количеству полосовых СФ и корреляторов, чрезвычайно велико и возможность достижения потенциальной помехоустойчивости в М-ичной системе может рассматриваться только в теоретическом плане. Например, при  $T_k = 1$  с,  $T_a = 10$  суток или  $8,64 \cdot 10^5$  с заданная вероятность  $P_{л} = 10^{-5}$  обеспечивается, если  $m \geq 8,64 \cdot 10^{10}$ .

Коэффициент помехоустойчивости определяется по формуле:

$$K_{пч} = \frac{1}{q\sqrt{\Delta f}}, \quad (2)$$

где  $\Delta f$  — полоса пропускания СФ;  $q$  — ОСШ в полосе СФ, при котором вероятность правильного приема  $P_a = 0,5$ . Так как в данном случае  $P_k = P_a$ , определим значение  $q$ , при котором  $P_o = 0,5$ . С этой целью снова обратимся к (1), подынтегральное выражение которого представляет собой произведение двух функций, изображенных на рис. 3.

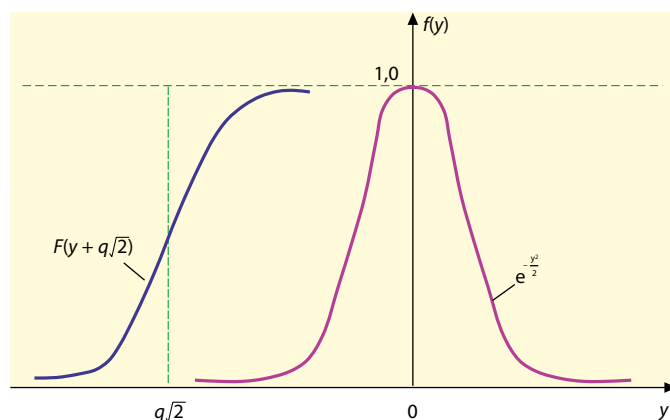


Рис. 3

С увеличением основания кода  $m$  функция  $[F(y + q\sqrt{2})]^{m-1}$  перемещается вправо по оси  $y$ , а при  $m \rightarrow \infty$  она преобразуется в ступенчатую функцию — единичный скачок при  $y = 0$ . С учетом этого обстоятельства имеем:

$$\left[1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q\sqrt{2}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx\right]^{m-1} = 0,5.$$

Представим это выражение в виде:

$$(1-a)^{m-1} \cong e^{-am} = 0,5,$$

$$\text{где } a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q\sqrt{2}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

$$am = \ln 2.$$

Таким образом, получаем

$$1 - F(q\sqrt{2}) = \frac{\ln 2}{m}.$$

В частности, для ранее приведенного примера имеем  $q = 4,77$ . При  $T_k = 1$  с полоса пропускания СФ равна  $\Delta f = 1$  Гц, тогда в соответствии с (2) получаем  $K_{\text{пу}} = 6,63$ .

**Помехоустойчивость пороговых позиционных систем.** Модель многочастотной пороговой системы приводится на рис. 4. Она включает систему: фильтр Ф1 — ограничитель О — фильтр Ф2 и пороговое устройство ПУ. Полосовые фильтры Ф1 и Ф2 настроены на частоту сигнала, при этом фильтр Ф2 согласован с сигналом (отрезком гармонических

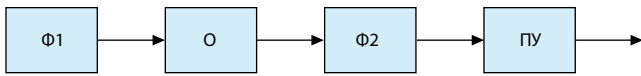


Рис. 4

колебаний длительностью  $T_k$ ), а полоса пропускания фильтра Ф1 во много раз превышает полосу Ф2. Здесь вероятность ложного приема команды:

$$P_{\text{л}} = \left[1 - F\left(\frac{U_0}{\sigma_0}\right)\right] \frac{T_a}{T_k}, \quad (3)$$

где  $U_0$  — пороговое напряжение,  $\sigma_0^2$  — мощность шума в полосе согласованного фильтра Ф2 при отсутствии сигнала, определяемая по формуле:

$$\sigma_0^2 = \frac{2a}{\pi m_0}.$$

Здесь  $a = 1,0591$  — постоянный коэффициент,  $m_0 = \Delta f_1 / \Delta f_2$  — отношение полос пропускания фильтров Ф1 и Ф2. Из (3) получаем

$$\frac{U_0}{\sigma_0} = F^* \left(1 - P_{\text{л}} \frac{T_k}{T_a}\right),$$

где  $F^*(x)$  — функция, обратная интегралу вероятности. Для ранее рассмотренного примера имеем  $U_0/\sigma_0 = 6,689$ .

Вероятность правильного приема команды

$$P_{\text{к}} = F\left(\frac{U_m - U_0}{\sigma}\right),$$

где  $U_m$  — амплитуда сигнала на выходе фильтра Ф2 при наличии шума;  $\sigma^2$  — мощность шума в полосе фильтра Ф2 при на-

личии сигнала. Поскольку  $K_{\text{пу}}$  определяется при  $P_{\text{к}} = 0,5$ , имеем  $U_m = U_0$ . При достаточно малом ОСШ в полосе фильтра Ф1

$$U_m \cong \frac{2}{\sqrt{\pi}} q_1.$$

Тогда с учетом ранее приведенных формул приходим к выражению

$$K_{\text{пу}} = \frac{2\sqrt{T_k}, \text{ мс}}{\sqrt{2a} F^* \left[1 - P_{\text{л}} \frac{T_k}{T_a}\right]}. \quad (4)$$

Из (4) видно, что  $K_{\text{пу}}$  возрастает практически пропорционально  $\sqrt{T_k}$ . Для приведенных выше исходных данных в соответствии с (4) получаем  $K_{\text{пу}} = 6,5$ . Таким образом, при прочих равных условиях помехоустойчивость М-ичной (беспороговой и пороговой) системы практически одинакова (погрешность не выходит за пределы сделанных допущений). Однако, если реализация потенциальной помехоустойчивости М-ичной системы на практике невозможна, то пороговая система реализуется на практике достаточно просто (при условии обеспечения требуемой и достаточно высокой стабильности частоты сигнала).

**Потенциальная помехоустойчивость двоичной системы.** Модель, изображенная на рис. 4, может служить также моделью двоичной системы, работающей с ФТ- или ЧТ-сигналами.

Полосовой фильтр Ф2 при этом должен быть согласован с двоичной комбинацией, которая в данном случае обрабатывается в целом, а полоса пропускания фильтра зависит от разрядности кода и определяется только длительностью команды (двоичной комбинации). Поэтому оценка потенциальной помехоустойчивости с использованием приведенных выше формул и выражений приводит к тому же результату  $K_{\text{пу}} = 6,5$ .

**Выводы.** 1. Вероятность ошибки при приеме элемента кодовой комбинации не может быть принята в качестве критерия помехоустойчивости РТС передачи информации.

2. Потенциальная помехоустойчивость инвариантна к виду кодирования, она одинакова для многопозиционных (беспороговых и пороговых) и двоичных систем.

3. Потенциальная помехоустойчивость многопозиционных систем достигается в «вырожденной» радиолинии, когда команда состоит из единственного элемента.

4. Потенциальная помехоустойчивость достигается при приеме сигнала с неизвестной фазой на полосовой согласованный фильтр и обработке его в «целом».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1956. — 150 с.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. — М.: Изд. Инстр. лит., 1963. — 829 с.
3. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Радио и связь, 1985. — 383 с.
4. Стейн С., Джонс Дж. Принципы современной теории связи и их применение к передаче дискретных сообщений. — М.: Связь, 1971. — 374 с.
5. Тепляков И.М., Калашников И.Д., Рошин Б.В. Радиолинии космических систем передачи информации. — М.: Советское радио, 1975. — 399 с.
6. Ашимов Н.М. Помехоустойчивость и помехозащищенность радиолиний управления. — М.: Изд. ВИУ, 2000. — 375 с.

Получено 31.07.08