

ОЦЕНКА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАНАЛОВ АВИАЦИОННОЙ ЦИФРОВОЙ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Худяков Г.И., профессор Северо-Западного технического университета (СПб.), д.т.н.; khudgi@mail.ru

Ключевые слова: авиационная электросвязь, источник дискретных сообщений, количество информации, многопозиционная фазовая манипуляция, пропускная способность, цифровой канал связи.

Введение. В настоящее время для повышения скорости передачи дискретных сообщений все большее распространение находят многопозиционные дискретные радиосигналы. В современных системах авиационной цифровой электросвязи [1] используется 2-, 4-, 8-позиционная фазовая манипуляция (2-, 4-, 8-PSK: Phase Shift Keying). Для таких систем очень важно уметь достаточно точно оценивать пропускную способность каналов электросвязи с заданной полосой пропускания и уровнем помех. Асимптотической аналитической оценки пропускной способности канала связи C (бит/с) в соответствии с известной формулой Шеннона [2, 3]: $C = W \log_2(1 + Q)$ — для этих целей явно недостаточно. Однако аксиоматически введенная Шенноном формула для оценки количества информации I_{kj} , содержащейся в k -м выходном символе канала связи относительно j -го входного знака, позволяет достаточно просто получать оценки пропускной способности C , при самых разнообразных методах модуляции и различных видах помех в радиоканале — путем применения соответствующих численных методов.

Постановка задачи. Пусть имеется источник дискретных (знаковых) сообщений (ДИС) и канал передачи дискретных сообщений (КПДС), на вход которого поступают независимые элементарные сообщения (знаки) u_j с априорными вероятностями P_j ($j = 1, 2, \dots, N$). На выходе КПДС появляются, соответственно, символы w_k с вероятностями P_k ($k = 1, 2, \dots, N$).

Канал КПДС характеризуется переходной матрицей Π , элементы которой являются условными вероятностями того, что при поступлении на вход канала сообщения u_j на выходе канала появится символ w_k : $P_{jk} = P(w_k | u_j)$ (канал передачи дискретных сообщений без памяти).

Как известно [2, 3], среднее на один знак источника ДИС количество информации, получаемое на выходе канала КПДС (бит/символ), определяется формулой

$$\bar{I}(\mathbf{U}, \mathbf{W}) \equiv H(\mathbf{U}, \mathbf{W}) = \sum_{j=1}^N P_j \sum_{k=1}^N P_{jk} \log(P_{jk} / P_k), \quad (1)$$

где $\mathbf{U} \equiv \{u_j\}_1^N$, $\mathbf{W} \equiv \{w_k\}_1^N$. По формуле полной вероятности $P_k = \sum_{l=1}^N P_l P_{lk}$.

Если передача сообщений $\{u_j\}_1^N$ осуществляется с помощью сигналов одинаковой длительности ($\Delta t_j = \tau$), то скорость передачи сообщений V_c [бит/(символ·с)] определяется выражением $V_c = H(\mathbf{U}, \mathbf{W}) / \tau$. Будем полагать, что величина τ равна некоторой единице времени (доля миллисекунды, несколько микросекунд, несколько десятков наносекунд и т. п.). Тогда скорость V_c численно равна величине $H(\mathbf{U}, \mathbf{W}) \equiv \bar{I}(\mathbf{U}, \mathbf{W})$, которую будем измерять в «битах-на-символ».

Пропускная способность C канала КПДС является максимальным значением величины V_c по всем возможным ис-

точникам ДИС с алфавитом \mathbf{U} при учете всех ограничений, соответствующих данному каналу связи.

В каналах электросвязи с N -позиционной фазовой манипуляцией k -й радиосигнал

$$s_k(t) = U_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_k),$$

где f_0 — частота несущей, U_0 — амплитуда радиосигнала, φ_k — начальная фаза колебания $s_k(t)$: $\varphi_k = k \Delta\varphi$; $\Delta\varphi = 2\pi / N$.

Пусть в канале КПДС наряду с радиосигналом $s_k(t)$ присутствует аддитивная гауссовская стационарная помеха $n(t)$ вида:

$$n(t) = n \cos(2\pi f_0 t + \theta),$$

где амплитуда n распределена по закону Рэлея со среднеквадратическим значением σ_n , а начальная фаза θ — равномерно на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Величину $Q = U_0^2 / \sigma_n^2$ будем называть отношением «сигнал/помеха» в канале КПДС. Если при каждом значении Q рассчитать зависимость $\bar{I}(\mathbf{U}, \mathbf{W}) \equiv H(\mathbf{U}, \mathbf{W})$ от $N = 2\pi / \Delta\varphi$, то можно будет определить максимальное значение $\bar{I}_{\max}(\mathbf{U}, \mathbf{W})$ и тем самым оценить пропускную способность $C(Q)$, а также оптимальное значение N_0 фазовых позиций PSK, при которых эта пропускная способность реализуется.

Общее решение задачи. При воздействии помехи $n(t)$ на начальную фазу φ_k сигнала $s_k(t)$ переходная матрица Π канала КПДС будет иметь симметричный квазидиагональный вид:

$$\Pi = \begin{pmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \dots & \dots & p_2 & p_1 \\ p_1 & p_0 & p_1 & p_2 & \dots & p_3 & p_2 \\ p_2 & p_1 & p_0 & p_1 & \dots & \dots & p_3 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ p_2 & p_3 & \dots & \dots & p_1 & p_0 & p_1 \\ p_1 & p_2 & \dots & \dots & p_2 & p_1 & p_0 \end{pmatrix}.$$

Если избыточность источника ДИС снята, то вероятности P_j ($j = 1, 2, \dots, N$) будут одинаковыми: $P_j = 1 / N$. Поэтому

$$P_k = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N P_{lk} = 1 / N.$$

В результате из (1) получаем (при нечетном $N = 2M + 1$)

$$\begin{aligned} \bar{I}(\mathbf{U}, \mathbf{W}) &= \bar{I}(N, Q) = \\ &= \frac{1}{N} \left[N p_0 \log(p_0 / N) + 2N \sum_{m=1}^{(N-1)/2} p_m \log(p_m / N) \right], \text{ или} \\ \bar{I}(N, Q) &= \log N + p_0 \log p_0 + 2 \sum_{m=1}^{(N-1)/2} p_m \log p_m. \quad (2) \end{aligned}$$

Аналогичная формула получается при четном значении $N = 2M$.

Величины p_0, p_1, \dots, p_M можно оценить численно исходя из распределения начальной фазы суммарного колебания $u_k(t) = s_k(t) + n(t)$, которое определяется двумерной плотностью вероятности

$$p_k(x, y) = \frac{1}{\pi\sigma_n^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_n^2}((x-x_k)^2 + (y-y_k)^2)\right],$$

где $x_k = U_0 \cos \varphi_k + n \cos \theta$; $y_k = U_0 \sin \varphi_k + n \sin \theta$.

Пример численного расчета. Для простоты реализации предложенного способа будем полагать, что $Q \gg 1$ и $N \gg 1$. Тогда

$$p_0 \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} \int_{-\Delta\varphi/2}^{\Delta\varphi/2} \exp\left[-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}\right] d\varphi, \text{ или}$$

$$p_0 \approx \Phi\left(\frac{\Delta\varphi}{2\sqrt{2}\sigma_\varphi}\right) = \Phi\left(\frac{\pi}{N}\sqrt{Q}\right), \quad (3)$$

$$p_m \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} \int_{\Delta\varphi(m-1/2)}^{\Delta\varphi(m+1/2)} \exp\left[-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}\right] d\varphi, \text{ или}$$

$$p_m \approx \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\pi}{N}\sqrt{Q}(m+1/2)\right) - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\pi}{N}\sqrt{Q}(m-1/2)\right), \quad (4)$$

где $\sigma_\varphi^2 = 1/(2Q)$; $\Phi(z)$ – интеграл вероятностей:

$$\Phi(z) \equiv \text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt.$$

Для расчета пропускной способности $C(Q)$ каналов авиационной цифровой электросвязи при выбранном значении Q задавались различные величины N , вычислялись величины $\Delta\varphi = 2\pi/N$ и по (3), (4) – значения p_0, p_1, \dots, p_M . Затем по (2) рассчитывались величины $\bar{I}(N, Q)$; $N = 6, 8, \dots, 64$; искалась зависимость $\bar{I}(z, Q)$, находилась ее максимум $\bar{I}_{\text{макс}}(Q)$ и соответствующие ему значения C и N_0 . Коэффициент надежности χ канала КПДС

$$\chi(N, Q) = \bar{I}(N, Q) / \log N.$$

Зависимости $\bar{I}(N, Q)$ и $\chi(N, Q)$ от количества заданных уровней N начальной фазы φ_k при $Q = 8, 16, 32$ и 100 показаны

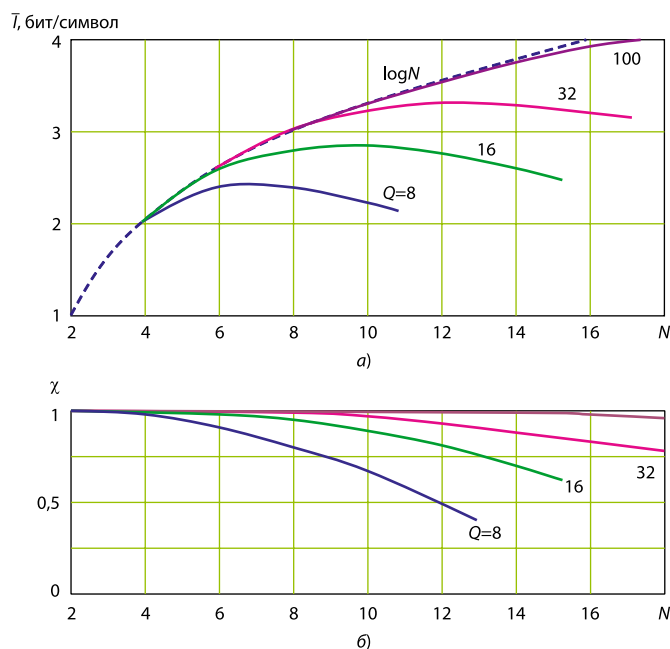


Рис. 1

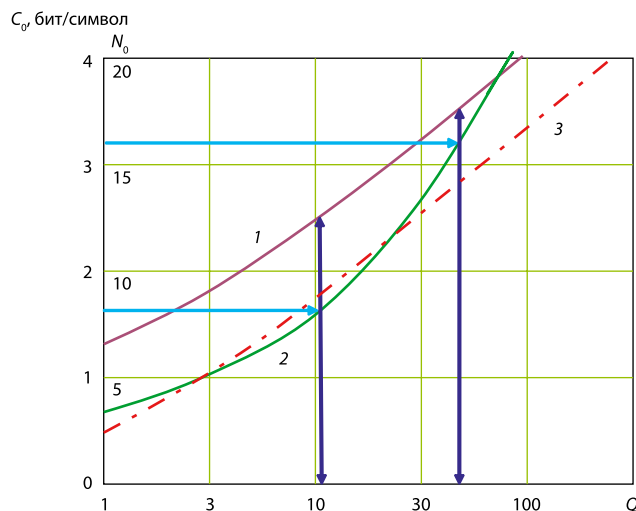


Рис. 2

на рис. 1 сплошными линиями. Из рис. 1, а видно, что при заданном значении Q с уменьшением дискретности $\Delta\varphi = 2\pi/N$ (увеличением числа уровней N начальной фазы φ_k) величина $\bar{I}(N, Q)$ сначала растет, а затем (вследствие «перепутывания» уровней фазы) уменьшается.

На рис. 2 дана сводная информация о характеристиках каналов КПДС, а именно: зависимости $C(Q)$ канала с многопозиционной фазовой манипуляцией (кривая 1) и $N_0(Q)$, реализующего эту пропускную способность (кривая 2), а также оценка пропускной способности $C(Q)$ в соответствии с формулой Шеннона: $C_{\text{ш}} = \log(1+Q)/2$ (кривая 3).

Из рис. 2 следует, например, что при 8-позиционной PSK реализуется скорость передачи дискретных сообщений около 2,6 бит/символ при $Q \approx 10$ дБ, в то время как формула Шеннона дает оценку величины C почти на 1 бит/символ меньшую: $C_{\text{ш}} = \log(1+11)/2 \approx 1,6$. Это связано с тем, что формула Шеннона выведена для амплитудных методов модуляции и для источников ДИС, обладающих существенной избыточностью.

Заключение. Предложенный численный способ расчета пропускной способности каналов КПДС, в которых для передачи сообщений используются современные многопозиционные сигналы, достаточно просто реализуется на ЦВМ и может применяться для оценки информационных характеристик этих каналов. Приведенный пример реализации предложенного способа и сравнение результатов расчетов с асимптотическими оценками Шеннона показывают его эффективность и перспективность практического применения в авиационных цифровых системах электросвязи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин Б.И. Авиационная цифровая электросвязь в условиях реализации «Концепции ИКАО-ИАТА CNS/ATM» в Российской Федерации. — СПб.-Н. Новгород: ООО «Агентство Вит-принт», 2007. — 384 с.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. — М.: ИИЛ, 1963. — 830 с.
3. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. — М.: Мир, 1965. — 439 с.
4. Прокис Дж. Цифровая связь. — М.: Радио и связь, 2000. — 800 с.
5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. — 1104 с.

Получено 25.02.09