УДК 330:115

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ОТДАЧИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ ЗА СЧЕТ ГИБКИХ ТАРИФОВ

Т. Г. Рахимов, докторант Ташкентского университета информационных технологий (ТУИТ), к.т.н.; bah4000@rambler.ru
В. К. Соколов, профессор ТУИТ, д.т.н.
Л. Н. Белова, старший преподаватель ТУИТ

Ключевые слова: *телекоммуникационные услуги, повышение фондоотдачи оборудования, сбалансированность спроса и предложения, реклама.*

Введение. Бесперебойное предоставление телекоммуникационных услуг в любое время требует наличия значительных резервов пропускной способности технологического оборудования. При их недостаточности или исчерпании операторы связи обычно прибегают к тактике высоких тарифов за услуги, что ограничивает потенциальный сектор потребителей рынка услуг платежеспособными пользователями. Ниже предлагается иной путь непрерывного обеспечения услугами телекоммуникаций — не за счет роста тарифов, а благодаря повышению фондоотдачи оборудования, более полному использованию его пропускной способности.

Повышение фондоотдачи — основа непрерывности предоставления услуг. Данный способ обеспечения бесперебойного предоставления услуг базируется на механизме гибких (многоставочных) тарифов на услуги, дифференцированных по времени суток и, возможно, даже по сезонам. Его результативность, в свою очередь, зависит от корректной и достоверной рекламы этих тарифов. Какова последовательность решения задачи?

Рассмотрим представленный на рис. 1 гипотетический суточный график загрузки некоторого направления телефонной связи; максимальную пропускную способность принимаем за одну относительную единицу, или 100 %. Минимальный шаг дискретизации, взятый для анализа, составляет один час, т. е. при исследовании будем пользоваться конечными суммами, а не интегралами. Внутри каждого часа проанализируем «заполненность» трафика разговорами различной длительности — начиная от одной и далее минут до часа (60 мин). Поминутная тарификация, т. е. округление длительности разговора до минуты, является источником методической ошибки такой тарификации; значение же самой ошибки потребует в дальнейшем отдельного исследования.

Поскольку телекоммуникационные системы — это типичные системы массового обслуживания, для их исследования будем пользоваться вероятностными методами [1] и в процессе мониторинга отслеживать изменения самих статистических показателей [2]. Последнее продиктовано тем объективным фактом, что пользователями услуг телекоммуникаций являются широкие слои населения, скорость реакции которых и сами преференции могут существенно меняться в зависимости от экономических реалий.

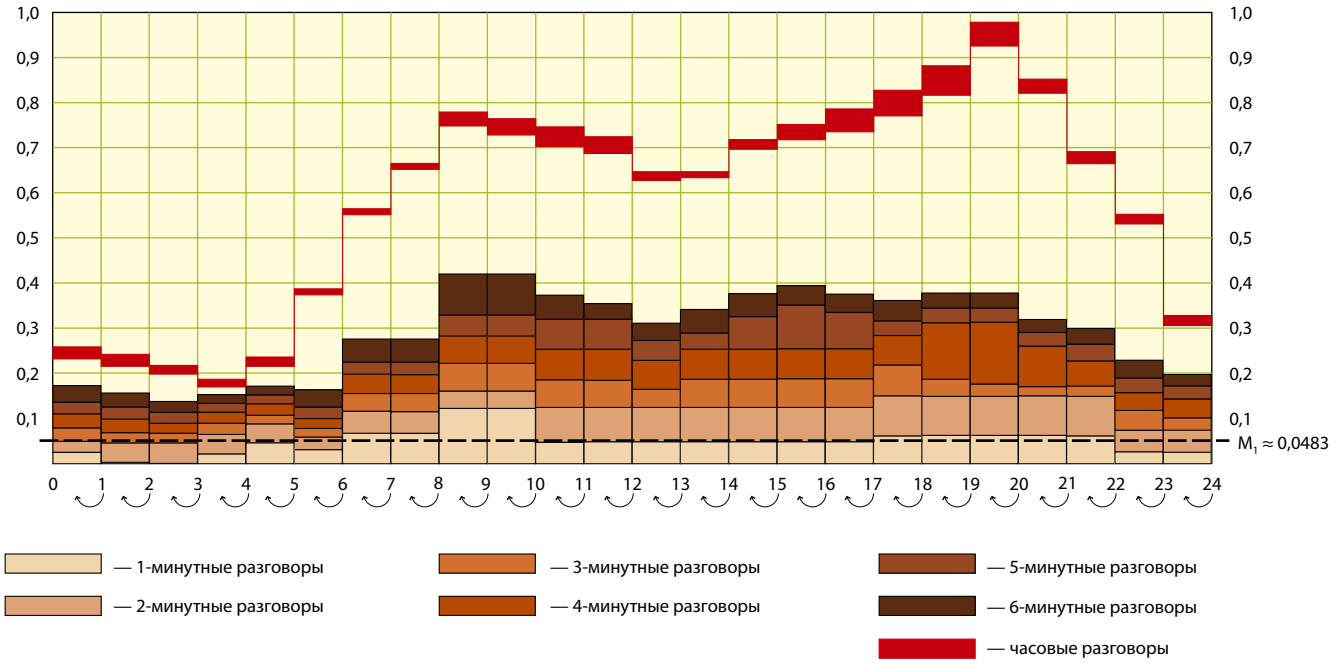

Рис. 1

Отслеживание состояния трафика внутри каждого из 24 ч суток (первым часом считается интервал времени от нуля до 01:00, вторым — с 01:00 до 02:00, а 24-м — с 23:00 до 00:00, т.е. до начала следующих суток) заключается в накоплении числа состоявшихся разговоров в каждой отдельной j-й часовой базе данных ($j = 1…24$). Каждая часовая база данных состоит из 60 счетчиков ($j = 1…60$) числа зафиксированных разговоров соответствующей длительности $X_{i/j}$. Например, $X_{5/7}$ — число зафиксированных разговоров длительностью 5 мин внутри 7-го часа наблюдений, т.е. в интервале времени от 6:00 до 7:00. Эти логические построения основаны на предположении, что длительности конкретных разговоров в случае одноставочных тарифов за минуту отражают уровень благосостояния соответствующего сегмента покупателей на рынке услуг. С фактором благосостояния связаны также своего рода тяготения к определенным часам суток. Именно эти преференции необходимо постоянно наблюдать и учитывать при управлении тарифами и рекламой.

С помощью показаний 60 описанных выше счетчиков внутри каждого из 24 ч определяются: а) использование максимальной пропускной способности всего направления (и, соответственно, имеющийся резерв) внутри анализируемого часа и б) предпочтения в длительности разговоров, свойственных этому часу. Чтобы определить, как реализуется доля от максимальной пропускной способности всего направления, приходящаяся, например, на одноминутные разговоры, обратимся к нижнему ряду прямоугольников на рис. 1. Из анализа этого ряда видно, что наиболее востребованы 9- и 10-й часы суток. Расчет внутричасовых математических ожиданий (в относительных единицах) разговоров длительностью 2, 3, 4, 5 и 6 мин показал, что максимальные доли общего трафика двухминутных разговоров (0,1, или 10 %) приходятся на период с 18 до 22 ч, пик пятиминутных разговоров — на 16 ч, и т.п.

В дальнейшем упомянутые часовые математические ожидания принимались за первичные наблюдения внутри суток $X_{i/j}$, где $j = 1…24$. Матожидание этой последовательности часовых ожиданий вычислялось по формуле

$$X_1 = \frac{\sum_{j=1}^{24} x_{1/j}}{24}. \qquad (1)$$

Таким образом было получено, в соответствии с терминологией [3], средневзвешенное значение случайной переменной $X_{1/j}$, в котором весами выступают элементы ее вероятностного распределения. В силу большой важности оно, кроме общепринятого названия «математическое ожидание», называется еще и «первый момент среднего».

На основе произведенных по (1) расчетов была определена своего рода приверженность одноминутных разговоров каким-то определенным часам суток, т.е. вероятностные закономерности одноминутных разговоров. Аналогичному анализу могут быть подвергнуты и разговоры другой длительности.

Анализ дисперсий очень важен для исследования характера спроса. Так, на примере одноминутных разговоров сначала определяются отклонения σ_j каждого часового значения от математического ожидания в суточном разрезе X_1 и рассчитываются их квадраты σ_j^2 или дисперсия $(D_j = \sigma_j^2)$, называемые также вторым моментом среднего [3]. Наиболее подходящим для данного случая осмыслением этой функции является определение Е.С. Вентцель [1, с. 378]: «Дисперсией случайной функции $x(t)$ называется неслучайная функция $D_x(t)$, значение которой для каждого t равно дисперсии соответствующего сечения случайной функции: $D_x(t) = D[x(t)]$».

Если пользоваться принятыми выше обозначениями, то идентичным по смыслу выражением будет

$$D\left(X_{1/j}\right) = \sigma_j^2 = \left[X_{1/j} - X_1\right]^2,$$

где $j = 1…24$.

В [1] дисперсию случайной функции в каждом временном интервале предлагается интерпретировать как разброс возможных реализаций случайной функции относительно среднего, иными словами «степень случайности» случайной функции. Нас же, естественно, должны интересовать временны*е* участки суточного трафика с наименьшей степенью случайности или, используя противоположный по смыслу термин, с наибольшей «приверженностью» к определенным часам суток. Анализируя произведенные расчеты, можно сделать вывод, что для нашего гипотетического трафика наиболее устойчивый спрос на одноминутные разговоры имеет место в промежуток времени с 4 до 5 ч утра; другой устойчивый диапазон — с 11 до 17 ч, в котором дисперсия имеет стабильно небольшие значения.

Существенный интерес может также представлять дисперсия дисперсий, рассмотренных в предыдущем абзаце: $D[D(X_{1/j})]$, для чего предварительно следует найти матожидание дисперсий в суточном разрезе, т.е. $M[D(X_{1/j})]$.

Если же выполнить расчеты дисперсии дисперсий $[D(X_{1/j})]$, то получим еще одно подтверждение того, что участок 9-и 10-го часов суток представляет наибольший интерес в смысле доминирования одноминутных разговоров. Мы считаем, что тенденцию роста (или, наоборот, спада) доминирования каких-либо длительностей разговоров на определенном временном интервале суток можно обнаружить с помощью третьего момента среднего [3], который для рассматриваемых одноминутных разговоров составит

$$\mu_3 = \Sigma\left(X_{1/j} - X_1\right)^3.$$

Нечетная степень, используемая для данного показателя, позволяет получать нулевой, положительный и отрицательный результаты. Нулевой результат будет свидетельствовать о стабильности процесса, положительный — о его росте, а отрицательный — о тенденции к спаду.

Анализ трафика в разрезе каждого часа. Посмотрим на загруженность каждого часа и резервы собственного (j) и ближайших предстоящих ($j + 1, j + 2, j + k…$) часов. Кроме присутствия внутри каждого j-го часа разговоров длительностью i, для расчета дальнейших действий по их перемещениям следует учитывать еще и «весомость» в общем суточном трафике: «давление» с целью перемещения должно быть обратно пропорционально их «весомости», т.е. $a_{i/j} = \frac{x_{i/j}}{x_i^2}$. Расположенные в порядке убывания в каждом j-м часе коэффициенты $a_{i/j}$ отображают последовательность воздействий на разговоры различной длительности с целью их перемещения в другие временные сечения.

Намеченные нами «воздействия» на разговоры различной длительности должны пропорционально «усиливаться» по мере продвижения вдоль ряда $a_{i/j}$ (от начала к концу). Условие баланса, неизменно существующее в природе, приводит к тому, что на каждую $a_{i/j}$, т.е. весомость, должно приходиться собственное $b_{i/j}$, т.е. давление, причем такое, чтобы для всех i и всех j существовало соотношение

$$C_{i/j} = a_{i/j} b_{1/j} = const \ \ (i = 1...60, j = 1...24).$$

В философском смысле значение $C_{i/j}$, складывающееся в результате динамического взаимодействия «весомостей» и «давлений», будет отражать достигнутый уровень востребованности телекоммуникационных услуг, неизбежно связанный с общеэкономическими показателями.

Сбалансированность спроса и предложения. Уместно напомнить, что телекоммуникации и информационные технологии являются катализаторами ускоренного развития техники и экономики в целом. Логично, что и сфера ИКТ растет в первую очередь за счет наиболее платежеспособных абонентов. Именно они должны принять на себя бремя наиболее высоких тарифов, обеспечивая тем самым рост прибылей и инвестиций в телекоммуникации и создавая условия для вовлечения новых абонентов и расширения рынка услуг. Успех этого процесса полностью зависит от способности руководства операторских фирм сформировать «равноэластичную» экспоненциальную шкалу тарифов на услуги телекоммуникаций [4, 5] и обеспечить реализацию этой шкалы на практике благодаря эффективно организованной рекламе [6].

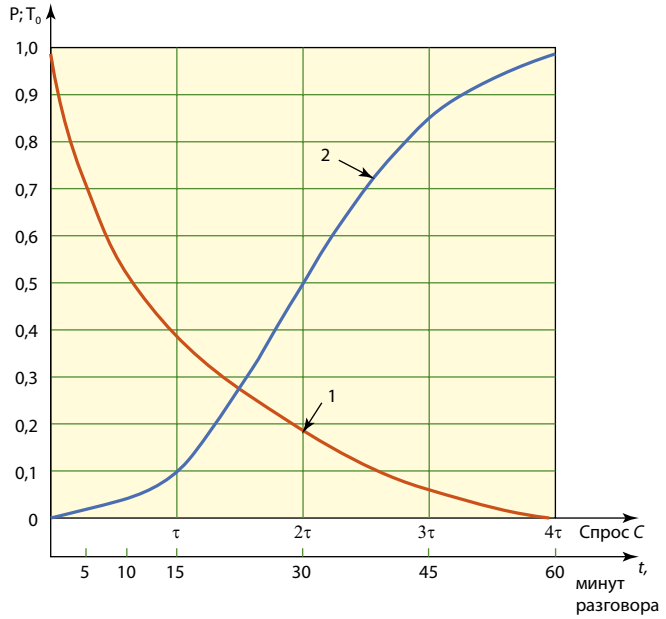

Рис. 2

Сказанное выше иллюстрирует рис. 2, на котором показано взаимное соответствие идеальной шкалы тарифов 1 (где C — спрос и T_0 — максимальный тариф) и идеальной функции распределения вероятностей спроса Φ_0 на разговоры, различной длительности 2 (где P — вероятность спроса, t — длительность разговоров, в минутах). Из рисунка следует, что идеальной шкале тарифов должна соответствовать «идеальная» же функция распределения спроса. Так как в [4, 5] мы подходили к определению максимального (легитимного) тарифа T_0 из предположения, что длительности отдельных разговоров подчиняются нормальному распределению, то и в распределении гибких тарифов по разговорам разной длительности эту закономерность сохраняем. Поэтому идеальной функцией распределения вероятностей спроса будем считать функцию распределения $F(x)$ случайной величины, распределенной по нормальному закону. С помощью табл. 1 из [1], используя одну из разновидностей этой функции

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-t^2/2} dt$$

и применяя интерполяцию, представим на рис. 2 график этой функции в виде кривой 2.

В действительности же функция распределения представляет собой непрерывную линию лишь в пределе и может быть дифференцируема. Первая кривая на рис. 2 — кривая тарифов $T = T_0 e^{-\alpha t}$ — содержит своим множителем затухающую экспоненту, при этом целесообразно конкретное значение T_0 (доллар/мин) принимать за одну относительную единицу. Вторая кривая $F(x)$ — функция распределения — имеет размерность вероятности появления разговоров различной длительности. Для обеспечения максимальной загруженности телекоммуникационного направления (когда используются все тарифы — от нуля до T_0) следует добиваться постоянства отношения тариф/спрос во всем диапазоне — от одной до 60 мин. Последнее можно представить в упрощенном виде:

$$\frac{T_0 e^{-\alpha t}}{\Phi_0 e^{-\beta t}} = const.$$

Заключение. Совершенно очевидно, что для выполнения условия постоянства должно быть $\alpha = \beta$. Если же равенство не выполняется, можно ввести корректирующий множитель $e^{-\mu t}$, где $\mu = \alpha - \beta$. Использование $e^{-\mu t}$ для корректирующих действий потребует дополнительных исследований, так как в настоящее время можно говорить лишь о конечной цели всех коррекций — сбалансированности спроса и предложения при максимальной фондоотдаче телекоммуникационного оборудования. При этом коррекции будут осуществляться посредством четко обоснованной и хорошо поставленной рекламы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей.— М.: Наука, 1964.
2. **Крамер Г.** Математические методы статистики.— М.: Мир, 1975.
3. **Кади Дж.** Количественные методы в экономике.— М.: Прогресс, 1977.
4. **Рахимов Т.Г., Соколов В.К., Нигматов Х., Махмудов М.М.** Математические основы формирования идеальной шкалы тарифов на услуги телефонной связи // Проблемы информатики и энергетики. — 1997.— № 3.
5. **Рахимов Т.Г., Соколов В.К., Белова Л.Н.** К вопросу введения многоставочных тарифов на услуги телекоммуникаций // Электросвязь.— 2009.— № 3.
6. **Рахимов Т.Г., Соколов В.К., Белова Л.Н., Тагаев В.Л.** Определение оптимума расходов на рекламу телекоммуникационных услуг // Электросвязь.— 2007.— № 8.

Получено 21.08.09