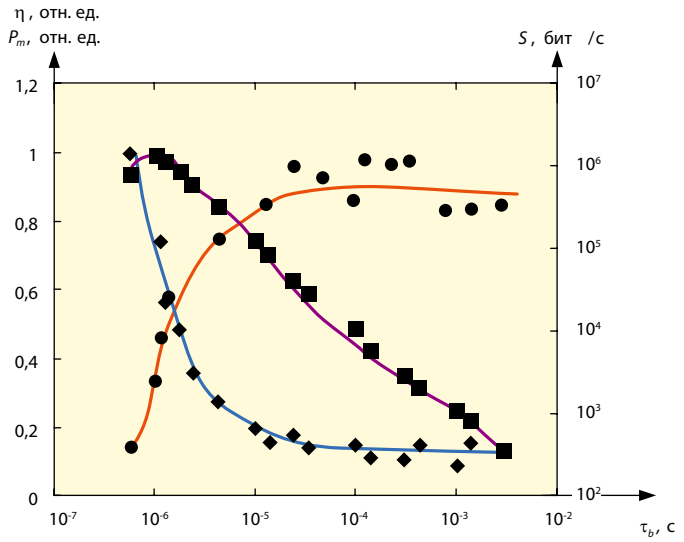


Рис. 3

(рис. 3), и на их основе вычисляли значения S. В первом случае период следования импульсов стробирования составлял 10 мкс, а их длительность изменялась в пределах 0,1—1 мкс. Такой выбор интервала изменения Δt связан с тем, что за время следования импульса стробирования вероятность регистрации двух темновых импульсов должна быть достаточно мала.

В результате установлено, что вероятность регистрации темновых импульсов P_m с увеличением длительности импульса стробирования Δt возрастает, а рост квантовой эффективности регистрации η замедляется при значениях $\Delta t \geq 0{,}9$ мкс (см. рис. 2). Скорость передачи информации S достигает своего предельного значения при длительности импульса стробирования $\Delta t \approx 0{,}8$ мкс.

Исследования зависимостей P_m и η от времени передачи одного бита информации τ_b (рис. 3) показали, что с увеличением τ_b значение P_m уменьшается, а η растёт. При значениях $\tau_b \geq 10^{-5}$ с величины P_m и η изменяются несущественно, а, начиная с $\tau_b = 10^{-4}$ с, вообще становятся постоянными. Максимум скорости передачи информации $S_{max} \approx 1{,}2$ Мбит/с достигается при $\tau_b = 1{,}1$ мкс.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что максимально достижимая скорость передачи информации в используемой установке (см. рис. 1) составляет $S_{max} \approx 1{,}2$ Мбит/с. При этом для уменьшения вероятности появления темновых импульсов предлагается выбирать длительность импульса стробирования $\Delta t \approx 0{,}8$ мкс.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гулаков И. Р., Зеневич А. О., Комаров С. К.** // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. — 2009. — № 8 (46). — С. 22—27.
2. **Гулаков И. Р., Залесский В. Б., Малышев С. А., Шуневич С. А.** // Оптический журнал. — 1992. — № 9. — С. 34—37.
3. **T. E. Ingerson, R. J. Keamey, R. L. Coulter** // Applied Optics. — 1983. — Vol. 22, № 13. — P. 2013—2018.
4. **G. Ribordy, J. D. Gautier, H. Zbinden, N. Gisin** // Applied Optics. — 1998. — № 37 (12). — P.2272—2277.
5. **Гулаков И. Р., Холондырев С. В.** Метод счета фотонов в оптико-физических измерениях. — Мн.: Университетское, 1989. — С. 232—238.
6. **Клюев Л. Л.** Теория электрической связи. — Мн.: Техноперспектива, 2008. — С. 223—229.

Получено 23.09.10

УДК 621.372.8; 621.385.6

Азербайджанская Республика

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ

И.Дж. Исламов, доцент Азербайджанского технического университета (АзТУ), к. т. н.; icislamov@mail.ru
Р.Дж. Расулов, аспирант АзТУ

Ключевые слова: *моделирование, круглый волновод, электромагнитное поле.*

Введение. Изучение физических процессов, протекающих в устройствах сверхвысоких частот (СВЧ), направленное на создание новых устройств подобного рода, на увеличение мощности и укорочение длины волны генераторов и усилителей, а также на построение моделей таких устройств в современных условиях, является одним из приоритетных направлений развития телекоммуникаций.

Одно из важных мест среди всех типов СВЧ-устройств принадлежит сложным волноводам благодаря их высоким техническим и экономическим характеристикам. Это связано с расширением области использования таких устройств в различных исследованиях, с созданием новых типов передающих трактов, радиолокаторов миллиметрового диапазона, позволяющих существенно повысить дальность передачи электромагнитной энергии, точность определения координат целей, а также расширить возможности исследования космического пространства и других направлений науки и техники.

В последнее время в связи с появлением новых областей применения сложных СВЧ-устройств возрос интерес к изучению особенностей распространения в них электромагнитных волн. В современных сложных СВЧ-устройствах структуру электромагнитного поля формируют волноводы. Поэтому необходимо уметь рассчитывать поля в сложных волноводных структурах, поскольку стандартными типами волноводов интерес в промышленности и науке не ограничивается. В ряде случаев следует использовать другие виды систем, к которым можно отнести гребневые (Н- и Т-образные) волноводы и волноводы иных форм поперечного сечения.

Сложность геометрии и приближенное решение задачи о собственных числах и функциях таких волноводов

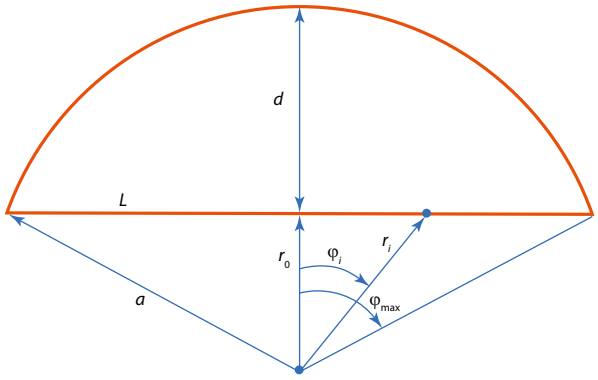


Рис. 1

делают актуальными вопросы электродинамического моделирования структур электромагнитных полей существующих типов волн. Математическое моделирование представляет мощный инструмент анализа распространения волн в волноведущих системах. Оно дает наиболее полную, исчерпывающую информацию о параметрах сложной волноводной структуры и характере распространения волн в ней.

Одним из представителей таких волноводов является круглый волновод. Его применение возможно не только в радиолокации, но и при создании других типов устройств для канализации электромагнитной энергии.

Целью работы является разработка методов расчета, создание комплекса программ и анализа на основе параметров электромагнитного поля в круглом волноводе как с однородным, так и с частичным диэлектрическим заполнением, моделирующим наличие активной среды.

Постановка задачи. Определение постоянных распространения и построения структуры полей электромагнитных волн в круглом волноводе (рис. 1) сводится к необходимости решения однородного двумерного уравнения Гельмгольца:

$$\nabla_\perp^2 E_z + g^2 E_z = 0; \quad \nabla_\perp^2 H_z + g^2 H_z = 0 \tag{1}$$

с однородными граничными условиями

$$E_z = 0; \tag{2 а}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = 0, \tag{2 б}$$

заданными на контуре. При этом невозможно подобрать такую ортогональную систему координат, координатные поверхности которой совпали бы с поверхностью волновода. В этом случае хотя бы с поверхностей граничное условие будет иметь вид функции двух переменных, что делает невозможным полностью аналитическое решение краевой задачи и приводит к необходимости использования численных методов.

Рассмотрим решение краевой задачи (1), (2) с помощью методов коллокации [1,2] и конечных разностей [1,2].

Построение и решение математических моделей. В цилиндрической системе координат уравнения (1) имеют вид:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_Z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + g^2 E_2 = 0; \tag{3 а}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_Z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + g^2 H_2 = 0. \tag{3 б}$$

Здесь под E_z и H_z понимаются $E_z = E_z(r,\varphi)$ и $H_z = H_z(r,\varphi)$ соответственно. Решение этих уравнений методом разделения переменных [3—7] приводит к следующим выражениям:

$$E_z(r,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}[C_{Em}J_m(gr) + D_{Em}N_m(gr)]\times \times[A_{Em}\cos(m\varphi) + B_{Em}\sin(m\varphi)]; \tag{4 а}$$

$$H_z(r,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}[C_{Em}J_m(gr) + D_{Em}N_m(gr)]\times \times[A_{Em}\cos(m\varphi) + B_{Em}\sin(m\varphi)], \tag{4 б}$$

где $J_m(gr)$ — функция Бесселя или цилиндрическая функция первого рода m-го порядка; $N_m(gr)$ — функция Неймана или цилиндрическая функция второго рода m-го порядка; g — поперечное волновое число.

Из рис. 1, на котором изображено поперечное сечение круглого волновода, видно, что его контур состоит из двух частей: дуги радиуса $r = a$ и прямой линии L.

Удовлетворяя граничным условиям (2) на границе $r = a$ и учитывая, что они должны выполняется при любых φ, получим

$$D_{Em} = -C_{Em}\frac{j_m(ga)}{N_m(ga)}; \tag{5 а}$$

$$D_{Hm} = -C_{Hm}\frac{J'_m(ga)}{N'_m(ga)}. \tag{5 б}$$

Тогда, вводя обозначения

$$Z_{Em}(gr) = J_m(gr)N_m(ga) - J_m(ga)N_m(gr); \tag{6 а}$$

$$Z_{Hm}(gr) = J_m(gr)N'_m(ga) - J'_m(ga)N_m(gr), \tag{6 б}$$

получим

$$E_z(r,\varphi) = \sum_{m-0}^{\infty} Z_{Em}(gr)[A_{Em}\cos(m\varphi) + B_{Em}\sin(m\varphi)]; \tag{7 а}$$

$$H_z(r,\varphi) = \sum_{m-0}^{\infty} Z_{Hm}(gr)[A_{Hm}\cos(m\varphi) + B_{Hm}\sin(m\varphi)]. \tag{7 б}$$

Здесь постоянные $C_{Em}/N_m(ga)$ и $C_{Hm}/N'_m(ga)$ внесены в коэффициенты A_{Em} и B_{Em}, A_{Hm} и B_{Hm} соответственно.

Граничные условия (2) на границе L не могут быть удовлетворены аналитически. Воспользуемся методом коллокации [1,2], который заключается в следующем: параметры A_{Em} и B_{Em} для E-волн или A_{Hm} и B_{Hm} для H-волн выбираются так, чтобы функции (7 а) и (7 б) точно удовлетворяли граничным условиям (2 а) и (2 б)соответственно в дискретном ряде точек, принадлежащих границе L. Таким образом они будут приближенно выполняется на всей границе L.

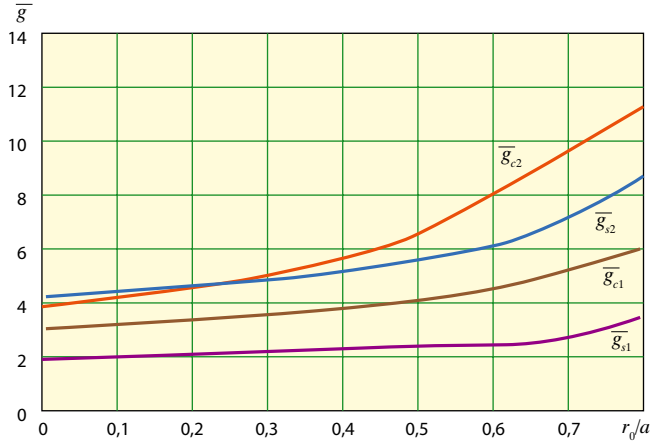
Методом коллокации для E-волн получены дисперсионные уравнения (8) и (9), решая которые можно определить значения поперечного волнового числа и, следовательно, критические длины волн

$$\left\|[Z_k(gr_i)\sin k\varphi]\right\| = 0, \tag{8}$$

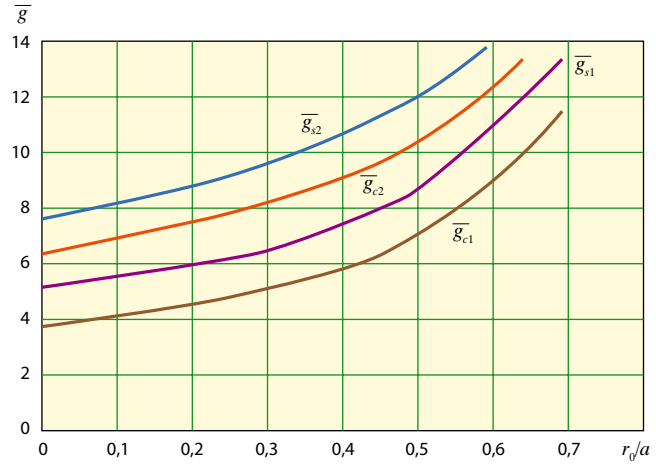
где $k = 1, 2,.., n$ — индекс по строке; $i = 1, 2,.., n$ — индекс по столбцу; n — количество точек на половине границы L;

$$\left\|[Z_k(gr_i)\cos k\varphi_i]\right\| = 0, \tag{9}$$

где $k = 1, 2,.., n$; $i = 1, 2,.., n$.



а)



б)

Рис. 2

Для H-волн дисперсионные соотношения получены в виде:

$$\left\|\left[\cos(k+1)\varphi_i\left(gZ'_{Hk}(gr_i)-\frac{k}{r_i}Z_{Hk}(gr_i)\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\cos(k-1)\varphi_i\left(gZ'_{Hk}(gr_i)+\frac{k}{r_i}Z_{Hk}(gr_i)\right)\right]\right\|=0; \quad (10)$$

$$\left\|\left[\sin(k+1)\varphi_i\left(gZ'_{Hk}(gr_i)-\frac{k}{r_i}Z_{Hk}(gr_i)\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.\sin(k-1)\varphi_i\left(gZ'_{Hk}(gr_i)+\frac{k}{r_i}Z_{Hk}(gr_i)\right)\right]\right\|=0. \quad (11)$$

Получив из решения (10) и (11) значения поперечного волнового числа g, можем найти критические длины волн.

Расчет уравнений (8) и (9), а также (10) и (11) показал, что при увеличении числа точек корни, как правило, сходятся к какому-то определенному значению. Отклонение от этой тенденции наблюдается только при малых значениях r_0/a, что, очевидно, связано с сильным возрастанием по абсолютной величине функции Неймана при малых значениях аргументов.

На рис. 2, *а*, *б* приведены зависимости корней уравнений (8) — (11) от относительного размера круглого волновода r_0/a. Экстраполируя графики на область $r_0/a \to 0$, получаем сходимость решений круглого волновода, так как: для E-волн корень $\bar{g}_{c1}$ асимптотически приближается к корню E_{11}-волны (3,832), $\bar{g}_{s1}$ — к корню E_{21}-волны (5,52), $\bar{g}_{c2}$ — к корню E_{31}-волны (6,38), $\bar{g}_{s2}$ — к корню E_{41}-волны (7,588); для H-волн корень $\bar{g}_{c1}$ асимптотически приближается к корню H_{21}-волны (3,054), $\bar{g}_{c2}$ — к корню H_{01}-волны (3,832), $\bar{g}_{s1}$ — к корню H_{11}-волны (1,841), $\bar{g}_{s2}$ — к корню H_{31}-волны (4,201).

При увеличении числа узлов в конечно-разностном методе различия корней в сравнении с методом коллокации уменьшатся. В отличие от метода коллокации, оказавшегося очень неустойчивым при малых r_0/a (вследствие больших отрицательных значений функции Неймана малых аргументов) метод конечных разностей позволяет производить расчет вплоть до $r_0/a = 0$.

Решение уравнения краевой задачи (1), (2) методом конечных разностей дает сходные результаты. Отличие в прогнозировании сходимости в случае E-волн обусловлено неизбежными погрешностями экстраполяции.

Выводы. 1. Численные эксперименты показали, что метод конечных разностей более применим для проведения расчетов в случае приближения к полукруглому волноводу и дает хорошие результаты по расчету волновых чисел, однако не позволяет судить о типах волн с точки зрения симметрии их полей.

2. При решении задачи (1), (2) методом коллокации после численного определения волновых чисел и коэффициентов разложения в ряд на выходе получается аналитическое выражение — аппроксимация истинного решения, что является несомненным достоинством метода.

3. Аналитического вида формулы удобнее для дальнейших расчетов, поскольку для получения более детального распределения полей и мощности в волноводе нет необходимости увеличивать число точек, по которым решается краевая задача.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Волков Е. А.** Численные методы.— М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат.лит., 1987.— 248 с.
2. **Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы/Пер. со 2-го американ. изд. под. общ. ред. **И. Г. Арамановича.**— 5-е изд.— М.: Наука, 1966.— 724 с.
3. **Тихинов А. Н.** Уравнения математической физики. Учеб. пособие. — 3-е изд., испр., доп.— М.: Наука, 1966.— 724 с.
4. **Шеин А. Г.** Распространение электромагнитных волн в сегментных волноводах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.— 2001.— Т. 4, № 2.— С. 37—41.
5. **Заргано Г. Ф., Земляков В. В., Синявский Г. П.** Электродинамическое моделирование электромагнитных полей в четырехгребневом прямоугольном волноводе // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.— 2003.— Т. 6, № 4.— С. 19—24.
6. **Исламов И. Дж.** Численное моделирование электромагнитных полей в сверхвысокочастотных элементах и устройствах.— Баку: Изд. «Элм», 2005.— 250 с.
7. **Исламов И. Дж.** Расчет стационарного электромагнитного поля сверхвысокочастотного волновода прямоугольного сечения с воздушным заполнением в случае нелинейной среды, работающего на частотах 4,9—7,05 ГГц. // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физико-мат. и тех. наук.— Баку: Изд. «Элм», 2002.

Получено 01.10.10