УДК 519.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ЛИНЕЙНОГО ПРЕКОДИРОВАНИЯ В СИСТЕМАХ MIMO

В.П. Волчков, профессор МТУСИ, д.т.н.; volchkovvalery@mail.ru
А.А. Шурахов, аспирант МТУСИ; shurakhov@niir.ru

Ключевые слова: *линейное прекодирование, MIMO-канал, оптимальный приемник.*

Введение. Технология MIMO (применение нескольких антенн на передающей и приемной сторонах) позволяет существенно улучшить характеристики беспроводных систем связи в условиях замираний. Это улучшение связано с дополнительными возможностями по пространственному мультиплексированию и разнесению передаваемых информационных символов, что позволяет повысить пропускную способность и помехоустойчивость системы связи.

Однако известно [1], что системы MIMO, в которых информация о канале доступна только приемнику, имеют высокую сложность технической реализации при числе передающих антенн больше 2. Это ограничивает возможности наращивания пропускной способности канала. Альтернативой таким системам является подход, при котором информация о канале, известная и на передающей стороне, используется для прекодирования [2].

Наиболее гибким и простым инструментом в этом случае является оптимальное линейное прекодирование [3], обеспечивающее высокие показатели помехоустойчивости и скорости передачи при сравнительно простых схемах технической реализации.

Статья посвящена сравнительному анализу эффективности систем MIMO с различными алгоритмами линейного прекодирования, допускающими простую схему технической реализации.

Общая модель линейного прекодирования. Структурная схема системы MIMO с линейным прекодером показана на рис 1.

Вектор информационных символов $\mathbf{s} \in \mathrm{X}^L$ (из алфавита QAM или PSK) прекодируется с помощью линейной процедуры

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{s}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{x} \in \mathrm{X}^M$ – вектор передаваемых комплексных символов; $\mathbf{B} \in \mathrm{X}^{M \times L}$ – комплексная матрица прекодера; $L \le K = \mathrm{rank}(\mathbf{H})$. Предполагается, что информационные символы имеют нулевое среднее, нормированы и некоррелированы, т.е. $\mathrm{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^*] = \mathbf{I}_L$, а суммарная средняя передаваемая мощность $P_o = \mathrm{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^*] = \mathrm{Tr}\{\mathbf{B}\mathbf{B}^*\}$.

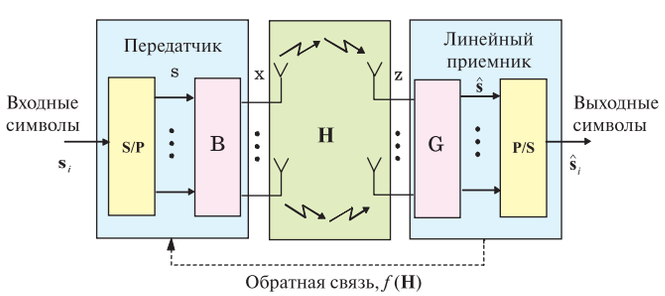

Рис 1. **Система MIMO с линейным прекодером**

Модель MIMO-канала описывается выражением

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{z} + \mathbf{n}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{y} \in \mathrm{X}^N$ – принимаемый вектор; $\mathbf{n} \in \mathrm{X}^N$ – комплексный гауссовский вектор шумов с нулевым средним и ковариационной матрицей $\mathrm{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^*] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$; $\mathbf{H} \in \mathrm{X}^{N \times M}$ – комплексная матрица канала ранга $K = \mathrm{rank}(\mathbf{H}) \le \min\{M, N\}$, элементы которой случайны, но идеально оцениваются и известны на приемной и передающей сторонах. Последнее обеспечивается за счет цепи обратной связи, по которой оценка канала передается на передатчик в виде некоторой векторной функции f(**H**).

В работе рассмотрены следующие типы линейных оптимальных прекодеров и соответствующие им MIMO-системы.

Линейный прекодер, минимизирующий среднеквадратическую ошибку на выходе приемника (Система 1: «Min-Trace-MSE Loading»):

$$\mathbf{B}_{\mathrm{opt}} = \arg\min_{\mathbf{B}} \mathrm{Tr}\{\mathbf{MSE}(\mathbf{B})\}, \quad \text{при условии} \quad \mathrm{Tr}\{\mathbf{B}^*\mathbf{B}\} = P_o, \qquad (1)$$

где $\mathbf{MSE}(\mathbf{B}) = (\mathbf{I}_L + \sigma_n^2 \mathbf{B}^*\mathbf{H}^*\mathbf{H}\mathbf{B})^{-1}$ – матрица среднеквадратических ошибок.

Линейный прекодер, максимизирующий минимальное собственное значение матрицы $\mathbf{SNR}(\mathbf{B})$ (Система 2: “Max Min-Eig-SNR Loading”):

$$\mathbf{B}_{\mathrm{opt}} = \arg\min_{\mathbf{B}} \lambda_{\min}(\mathbf{SNR}(\mathbf{B})), \quad \text{при условии} \quad \mathrm{Tr}\{\mathbf{B}^*\mathbf{B}\} = P_o, \qquad (2)$$

где $\mathbf{SNR}(\mathbf{B}) = \sigma_n^2 \mathbf{B}^*\mathbf{H}^*\mathbf{H}\mathbf{B} = (\mathbf{E}^{-1} - \mathbf{I}_L)$ – матрица отношений сигнал/шум.

Линейный прекодер, максимизирующий взаимную информацию $\Im(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{x} \,|\, \mathbf{B})$ между переданными x и принятыми s данными (Система 3: «Max-Capasity Loading»):

$$\mathbf{B}_{\mathrm{opt}} = \arg\max_{\mathbf{B}} \Im(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{x} \,|\, \mathbf{B}), \quad \textit{при условии}\ \mathrm{Tr}\{\mathbf{B}^*\mathbf{B}\} = P_o, \qquad (3)$$

где $\Im(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{x} \,|\, \mathbf{B}) = \log_2(\det(\sigma_n^2 \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{B}^*\mathbf{H}^* + \mathbf{I}_N))$.

Решая соответствующие вариационные задачи, можно показать, что оптимальные прекодеры, удовлетворяющие перечисленным выше критериям, имеют структуру вида:

$$\mathbf{B}_{\mathrm{opt}} = \tilde{\mathbf{V}}\Phi^{1/2}.$$

Матрица $\tilde{\mathbf{V}} \in \mathrm{X}^{M \times L}$ для всех прекодеров одинакова и состоит из первых L столбцов унитарной матрицы **V**, входящей в спектральное разложение эрмитовой матрицы:

$$\mathbf{H}^*\mathbf{H} = \mathbf{V}\Lambda\mathbf{V}^*, \quad \Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_{11}, \ldots, \lambda_{NN}).$$

Матрицы $\Phi = \mathrm{diag}(\varphi_{11}, \ldots, \varphi_{LL}) \in \mathrm{P}^{L \times L}$ – вещественные диагональные. Для разных критериев оптимальности различаются рангом и составом неотрицательных чисел, стоящих на диагонали. Данные матрицы фактически определяют способ загрузки мощностей в независимые виртуальные потоки. Причем число таких потоков определяется рангом $\bar{L} = \mathrm{rank}(\Phi) \le L$, а значения мощностей – набором чисел

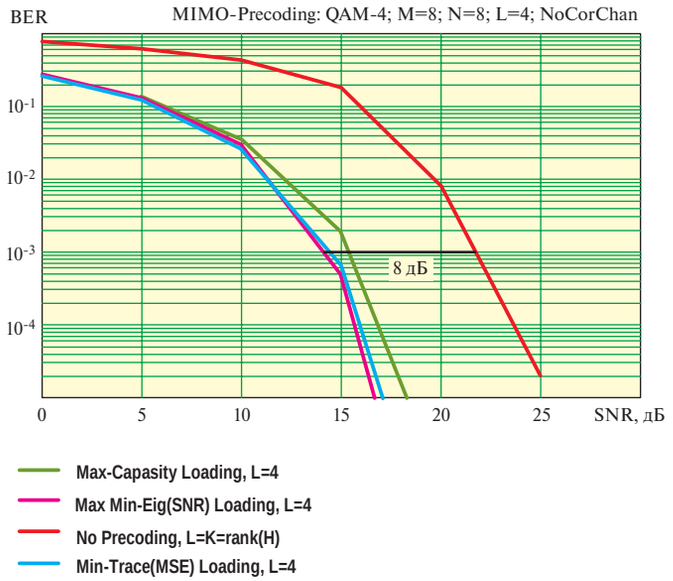

Рис.3. Характеристики BER . Количество виртуальных потоков L=4

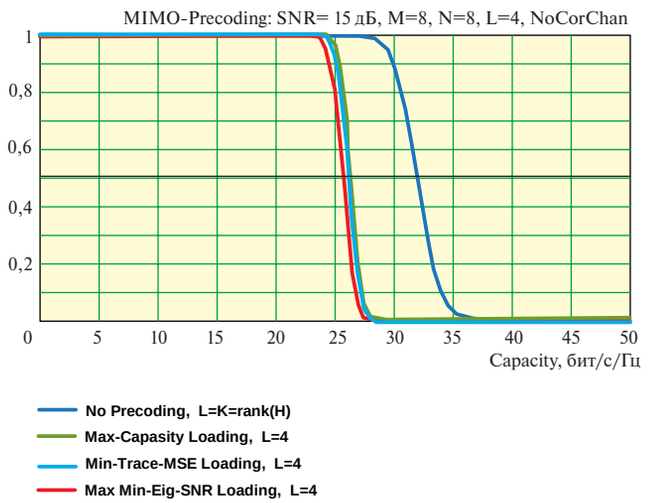

***Рис.3.* Характеристики CCDF. Количество виртуальных потоков L=4**

$\varphi_{11},\ldots,\varphi_{LL}$.

Для полноты анализа дополнительно с прекодируемыми системами 1–3 исследовалась MIMO-система без прекодирования с оптимальным нелинейным ML-приемником (Система 4: «No Precoding»), что очевидно эквивалентно прекодированию с единичной матрицей **B**.

Основным достоинством всех рассматриваемых линейных прекодеров (1)–(3) является то, что они диагонализируют сквозную матрицу приемно-передающего тракта

$$\mathbf{G}_{\Sigma} = \mathbf{G}_{opt}\mathbf{H}\mathbf{B}_{opt} = \Lambda\Phi\,\alpha^{-1} = diag(g_{1\Sigma},\ldots,g_{L\Sigma})$$

между входом **s** и выходом **s**, где $\mathbf{G}_{opt} = \mathbf{B}^{*}_{opt}\mathbf{H}^{*}\alpha^{-1}$ – матрица согласованного декоррелирующего фильтра.

Таким образом, оптимальное прекодирование позволяет мультиплексировать передаваемую информацию в L независимых виртуальных потоков, что упрощает реализацию линейного приемника и последующее ML-детектирование вектора **s**. Причем, в эти прекодеры входит одна и та же матрица $\tilde{\mathbf{V}}$, но разные диагональные матрицы Ф. Поэтому выбор вида прекодера позволяет гибко изменять характеристики приемно-передающего тракта, оставаясь в рамках практически одной и той же структуры.

Результаты моделирования. Анализ эффективности прекодеров проводился по показателям помехоустойчивости и пропускной способности MIMO-системы путем расчета характеристик BER как функции от SNR и характеристик емкости канала CCDF.

Емкость MIMO-канала оценивалась при отношении сигнал/шум $SNR = 10\log_{10}(\alpha^{-1}) = 15$ дБ с помощью дополняющей кумулятивной функции распределения CCDF

$$\mathrm{P_C}(x) = \mathrm{Prob}\{C_{IT} > x\},\ \ x \in [0,\infty),$$

представляющей вероятность того, что не усредненная емкость канала C_{IT} (Capacity) превысит заданный уровень x, где

$$C_{IT} = \log_2(\det(\alpha^{-1}\mathbf{H}\mathbf{B}_{opt}\mathbf{B}^{*}_{opt}\mathbf{H}^{*} + \mathbf{I}_N)),$$

$$\alpha^{-1} \cong \mathrm{E}[|x_i|^2]/\sigma_n^2 = 1/\sigma_n^2,$$

измеряется в бит/с/Гц.

Характеристики BER и CCDF рассчитывались путем статистического моделирования MIMO-системы с прекодированием в среде MATLAB в предположении, что элементы матрицы канала **H** случайны и некоррелированы (вариант «NoCorChan» – некоррелированный MIMO-канал), идеально оцениваются и известны на приемной и передающей сторонах.

Результаты проведенного экспериментального исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Использование линейного прекодирования при числе виртуальных потоков L=M=8 не позволяет достичь приемлемых характеристик помехоустойчивости для всех исследуемых вариантов (1)–(3). В этом случае MIMO система 4 без прекодирования оказывается гораздо более помехоустойчивой, чем системы 1–3. Причем энергетический проигрыш последних по характеристикам BER на уровне вероятности 10^{-3} достигает –17 дБ.

2. Использование линейного прекодирования с числом виртуальных потоков L<M=8 меньшим числа передающих антенн позволяет получить существенный выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с MIMO системой 4 без прекодирования. Так, для случая L=6 максимальный энергетический выигрыш составляет 1,5 дБ, а для $L = 4$ выигрыш достигает 8 дБ. Причем прекодеры (1) и (2) обладают примерно одинаковой помехоустойчивостью, превосходя по этому показателю прекодер (3) в среднем на 2 дБ.

3. Емкость MIMO-канала с прекодированием незначительно снижается при уменьшении числа виртуальных потоков. Так, в пересчете на частотный канал с шириной полосы W=10 МГц средняя пропускная способность MIMO-системы $C_{ch} = W\,C_{IT}$ (определяемая на уровне вероятности $\mathrm{P_C}(x) = 0{,}5$) при числе виртуальных потоков L=8 и 6 достигает 330 Мбит/с, а при L=4 снижается до 270 Мбит/с. Наибольшая величина C_{ch} достигается в случае прекодера (3), далее в порядке убывания C_{ch} следуют прекодеры (1) и (2). Причем, при $L \le 6$ прекодеры (1) и (3) различаются по величине C_{ch} незначительно.

В качестве примера на рис. 2 и 3 приведены характеристики BER и CCDF для всех описанных выше систем 1–4 при наиболее выигрышном значении L=4.

Таким образом, с точки зрения компромисса между помехоустойчивостью и пропускной способностью MIMO-канала, наиболее эффективным оказывается линейный прекодер (1), минимизирующий среднеквадратическую ошибку на выходе приемника. При этом, вследствие диагонализации сквозной матрицы тракта, он приводит к простой структуре оптимального ML-приемника, что существенно упрощает

его реализацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихвинский В.О., Терентьев С.В., Юрчук А.Б.** Сети мобильной связи LTE: технологии и архитектура. – М.: Эко-Трендз, 2010. – 284 с.
2. **Zheng L., Tse D.** Diversity and multiplexing: A fundamental trade-off in multi – ple-antenna channels // IEEE Transactions on Information Theory. – May 2003. – Vol. 49. – P. 1073–1096.
3. **Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S. et al.** Optimal designs for space-time linear precoders and decoders //IEEE Trans. Signal Process. – May 2002. – Vol .50, № 5. – P. 1051–1064.

Получено 16.01.12