УДК 621.391.812.3

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАКАГАМИ ПО РАБОЧИМ СИГНАЛАМ

В.В. Егоров, ведущий научный сотрудник ОАО «РИМР», к.т.н.; rimr500@mail.ru
М.С. Смаль, инженер ОАО «РИМР»; smal_ms@mail.ru

Ключевые слова: *распределение Накагами, вероятность ошибки на бит, замирания, оценка канала, статистическая модель.*

Введение. Одной из задач, возникающих при функционировании адаптивных систем КВ-радиосвязи, является оперативное и точное оценивание параметров радиоканала. Эта задача возникает при выборе рабочего режима путем прогнозирования показателей достоверности системы во всех потенциально возможных режимах, включая используемый в данный момент.

Вероятность ошибки на бит – широко используемый показатель достоверности. Для большинства видов сигналов и способов их демодуляции этот показатель однозначно связан с параметрами статистической модели, описывающей радиоканал. Распространенной теоретической моделью, применяемой для описания огибающей сигнала в канале связи с переменными параметрами на интервале квазистационарности радиоканала, является распределение Накагами (*m*-распределение) [1], характеризуемое плотностью:

$$W\left(x;m,x_0^2\right)=\frac{2m^m x^{2m-1}}{\Gamma(m)x_0^{2m}}\exp\left(-m\frac{x^2}{x_0^2}\right),$$

где $x \geq 0$ – случайная величина; $x_0^2=\mathrm{M}\left\{x^2\right\}, m=\mathrm{M}\left\{x^2\right\}/D\left\{x^2\right\}$, $m \geq 0{,}5$ – параметры распределения; $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция.

Такая модель применяется, в частности, для описания быстрых замираний в КВ-каналах связи. Распределение удобно тем, что характеризуется только двумя параметрами, однозначно связанными с показателями помехоустойчивости. Например, зависимость вероятности ошибки на бит *p* при использовании двухпозиционной частотной модуляции (ЧМ) ортогональных в усиленном смысле сигналов и их оптимальном некогерентном приеме определяется выражением:

$$p=\frac{1}{2}\left(1+\frac{h^2}{2m}\right)^{-m},$$

где *m* – параметр, характеризующий глубину замирания; h^2 – среднее отношение сигнал/помеха (ОСП). Аналогичные выражения известны для многопозиционных ЧМ- и ФМ-сигналов [2].

В статье рассматривается задача определения среднего значения ОСП h^2 и параметра *m*, характеризующего глубину замираний по рабочим сигналам.

Возникающие трудности. В общем случае для определения плотности распределения огибающей сигнала в канале с замираниями, когда для измерения доступны только значения огибающей смеси сигнал+шум, можно по плотности распределения огибающей смеси сигнал+шум $W\left(\tilde{A}\right)$ вычислить параметры распределения Накагами. Восстановить истинную плотность распределения огибающей сигнала $W\left(A\right)$ можно с помощью выборочной плотности распределения огибающей смеси сигнал+шум $W\left(\tilde{A}\right)$, получаемой путем измерений на приемной стороне. В этом случае $W(A)$ является решением интегрального уравнения:

$$\int_0^\infty K\left(\tilde{A},A\right)W\left(A\right)dA=W\left(\tilde{A}\right),$$

где $K\left(\tilde{A},A\right)$ – ядро интегрального уравнения. При гауссовском шуме оно представляет собой условную плотность распределения, подчиняющуюся закону распределения Райса, и имеет вид:

$$K\left(\tilde{A},A\right)=\frac{\tilde{A}}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{A^2+\tilde{A}^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{A\tilde{A}}{\sigma^2}\right),$$

где σ^2 – дисперсия шума.

Практическое применение данного способа связано с необходимостью решения интегрального уравнения Фредгольма в условиях неопределенного σ^2, которое с ядром такого вида в аналитическом виде не имеет решений. Определение σ^2 представляет собой самостоятельную задачу. Сведение этого уравнения к системе линейных алгебраических уравнений, обычно используемое в методе сеток, является сложной задачей, поскольку размерность системы резко увеличивается. Для решения уравнения может быть использован один из методов, связанный с разложением плотности по системе ортогональных функций. Возникающие при этом вычислительные проблемы достаточно сложны и поэтому такие методы не могут быть применены в системах реального времени.

Кроме того, практическое использование затруднено тем, что ядро уравнения и выборочная плотность определены неточно. Неопределенность значительно влияет на решение уравнения, т.е. возникает некорректная задача [3]. При этом, если решение интегрального уравнения удалось найти и представить искомую плотность через систему базисных функций, то возникает следующая задача: определение таких параметров плотности распределения Накагами, при которых плотность будет максимально близка к найденной.

В дополнение к указанным сложностям добавляется техническая проблема, связанная с тем, что на приемной стороне сигнал перед обработкой проходит через устройство автоматической регулировки усиления (АРУ). Поскольку коэффициент усиления АРУ неизвестен и динамически меняется в процессе измерений, статистические характеристики выборочной плотности распределения амплитуды сигнала значительно изменяются и применение указанных выше способов напрямую дает неадекватные оценки.

Возможное решение задачи. Избавиться от указанных трудностей при приеме сигнала с помощью АРУ можно, если для оценки параметров модели канала использовать выборку случайных величин, инвариантную к значению коэффициента усиления АРУ. В качестве такой величины можно взять случайную величину ξ, определяемую как отношение огибающих A_i и A_j, измеренных на длительности одной и той же элементарной посылки на различных субчастотах *i* и *j*:

$$\xi=\frac{A_i}{A_j}.$$

Для этой цели удобно использовать такую структуру канала, в которой выделенная для связи частотная полоса раз-

бита на две группы субчастот, а сигнал передается только по одной из них. Тогда на вход приемника одновременно поступают сигналы частотных субканалов, одни из которых представляют смесь полезного сигнала с шумом, а другие – только шум. Для описания плотности распределения огибающей в шумовом канале часто применяют плотность распределения Рэлея:

$$W\left(\tilde{A}\right)=\frac{\tilde{A}}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\tilde{A}^2}{2\sigma^2}\right).$$

В качестве A_i можно использовать измеренную амплитуду шума, а A_j – амплитуду смеси сигнал+шум.

При постоянном уровне полезного сигнала A на соответствующих субчастотах для модели гауссовского шума функцию распределения случайной величины ξ можно найти следующим образом:

$$F_\xi\left(x;A,\sigma^2\right)=\int_0^\infty W_{A_j}\left(x_1\right)\int_0^{x\cdot x_1} W_{A_i}\left(x_2\right)dx_2dx_1=$$

$$=1-\frac{1}{1+x^2}\exp\left(-\frac{A^2x^2}{2\sigma^2(1+x^2)}\right).$$

Если уровень полезного сигнала A не постоянен, а подвержен замираниям и его плотность распределения $W_\eta\left(A\right)$ подчиняется закону Накагами, то функцию распределения случайной величины ξ можно вычислить так:

$$F'_\xi\left(x;A,\sigma^2,m\right)=\int_0^\infty W_\xi\left(x\right)W_\eta\left(A\right)dA=$$

$$=\int_0^\infty\left(1-\frac{1}{1+x^2}\exp\left(-\frac{A^2x^2}{2\sigma^2(1+x^2)}\right)\right)\frac{2m^mA^{2m-1}}{\Gamma\left(m\right)A_0^{2m}}\exp\left(-m\frac{A^2}{A_0^2}\right)dA=$$

$$=1-\frac{1}{x^2+1}\left(1+\frac{x^2A_0^2}{2\sigma^2(1+x^2)m}\right)^{-m}.$$

Величина $\frac{A_0^2}{\sigma^2}=h^2$ представляет собой среднее значение ОСП. Тогда выражение для плотности примет вид:

$$W'_\xi\left(x;m,h^2\right)=\frac{dF'_\xi\left(x\right)}{dx}=$$

$$=\frac{2x}{(1+x^2)^2}\left(1+\frac{x^2h^2}{2(1+x^2)m}\right)^{-m}\left(1+\frac{mh^2}{x^2(2m+h^2)+2m}\right).$$

Случайная величина ξ в большинстве случаев меньше единицы, так как амплитуда смеси сигнал+шум чаще превышает амплитуду шума. Поэтому удобнее взять плотность распределения обратной случайной величины

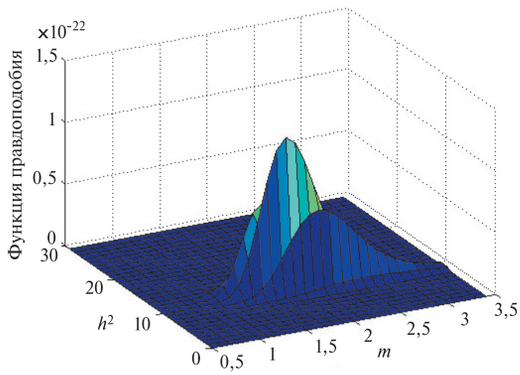
$$\lambda=\frac{1}{\xi}=\frac{A_j}{A_i}.$$

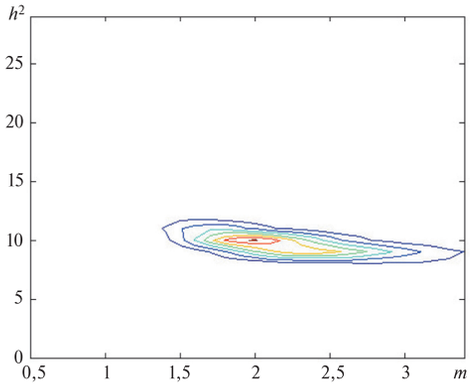
В этом случае плотность распределения $W'_\lambda\left(x\right)$ определяется выражением:

$$W'_\lambda\left(x;m,h^2\right)=\frac{1}{x^2}W'_\xi\left(\frac{1}{x}\right)=$$

$$=\frac{2x}{(1+x^2)^2}\left(1+\frac{h^2}{2(1+x^2)m}\right)^{-m}\left(1+\frac{x^2mh^2}{2m(x^2+1)+h^2}\right).$$

Сформировав выборку из вычисленной новой случайной величины λ (на длительности каждой элементарной посылки) и имея аналитическое выражение для плотности распределения, можно воспользоваться методом максимального правдоподобия, как одним из методов оценки неизвестных параметров распределений [4]. В данном случае неизвестными параметрами будут ОСП h^2 и глубина замираний m.





Тогда функция правдоподобия:

$$L\left(m,h^2\right)=\prod_{i=1}^{N}\left(W'_\lambda\left(x_i;m,h^2\right)\right),$$

где x_i – случайная величина λ; N – объем выборки.

Координаты максимума функции правдоподобия $L(m,h^2)$ являются оценками искомых величин h^2 и m. На рисунке приведен характерный вид данной функции, полученный в вычислительном эксперименте для заданных h^2=10 и m=2 при объеме выборки n=500, формируемой при ПД в полосе телефонного канала со скоростью 1200 бит/с за время порядка 0,5 с. Выборочные данные получены методом статистического моделирования.

Анализ зависимости показывает, что функция $L(m,h^2)$ имеет ярко выраженный глобальный экстремум и без локальных экстремумов. Для его нахождения можно воспользоваться методом наискорейшего спуска, поскольку градиент целевой функции можно найти в аналитическом виде.

Заключение. Результаты серии вычислительных экспериментов показали, что оценки параметров распределения Накагами достаточно точно совпадают с заданными. Оценка производилась по рабочим сигналам, без введения избыточности и использования тестовых сигналов, в условиях действующего блока АРУ. Представленный способ позволяет дать достаточно точную оценку для сигналов в полосе телефонного канала связи за 0,5 с. Полученные оценки параметров распределения могут быть использованы для определения ожидаемых параметров помехоустойчивости системы во всех возможных режимах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихонов В.И.** Статистическая радиотехника. – М.: Советское радио, 1966.
2. **Финк Л.М.** Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Советское радио, 1970.
3. **Пытьев Ю.П.** Математические методы интерпретации эксперимента. – М.: Высшая школа , 1989.
4. **Коваленко И.Н., Филиппова А.А.** Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1973.

Получено 15.09.11