

КАЧЕСТВО УСЛУГ СВЯЗИ

УДК 621.396

ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКАЗОВ В ПРЕДОСТАВЛЕНИИ СОЕДИНЕНИЙ В СОТОВЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ С УЧЕТОМ МОБИЛЬНОСТИ АБОНЕНТОВ И ЗАМИРАНИЙ СИГНАЛА

А.О. Шорин, аспирант МТУСИ; 9161385901@rambler.ru

Ключевые слова: сотовые системы связи, макросоты, микросоты, пикосоты, замирания сигнала, эффект мерцания, потеря каналов.

Введение. В сотовых системах связи одним из важнейших является вопрос поддержания в период функционирования системы заданных параметров качества обслуживания (QoS). В число таких параметров входит вероятность отказа в предоставлении канала. В отличие от стационарных систем связи сотовые системы формируют отказ абоненту в предоставлении канала не только из-за всевозможных каналов, но и в результате обрыва соединения (DropCallRate), возникающего по двум причинам [1]: из-за выхода абонента из зоны обслуживания и его попадания в зону «радиотени» или замирания сигнала.

Известные подходы. В [2] рассмотрена модель, описывающая процесс поступления и обслуживания вызовов в зоне действия базовой станции системы мобильной связи с учетом подвижности абонентов. При этом используются разнородные пуассоновские потоки с параметрами $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$; $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m}$, где λ, μ – интенсивности поступления и обслуживания вызовов в соте/секторе; λ^m, μ^m – интенсивности входа/выхода подвижных абонентов в/из зоны обслуживания базовой станции.

В [3] предложено процесс обрыва соединений из-за замираний сигнала тоже описывать пуассоновским потоком с параметрами ω (удельная интенсивность потери соединения из-за попадания в зону радиотени – замираний сигнала) и ν (удельная интенсивность восстановления соединения после выхода абонента из зоны радиотени). Завершение соединения по причине попадания в радиотень может произойти только у активного абонента. Восстановление потерянных соединений производится в сети по истечении таймеров ожидания и выполнения последующих процедур освобождения занятого ресурса. Для этого в рассмотренную в [2] модель дополнительно вводятся потери соединений по причине попадания абонентов в зоны радиотени. Для модели мобильности Эрланга, которая с учетом пропавших каналов становится трехмерной, можно записать уравнение баланса фаз [3], решение которого при вполне адекватных допущениях о разделении переменных можно записать в виде

$$P_{i,n_a,j} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j \frac{1}{n_a!(i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^j}{j!}, \quad (1)$$

где $P_{i,n_a,j}$ – вероятность нахождения в соте i абонентов, из которых n_a активных (действующих соединений в соте); при этом j – число пропавших соединений по причине попадания абонентов в зону радиотени; $\mu^* = \mu + \omega$.

Значение $P_{0,0,0}$ в (1) находится из нормировки

$$P_{0,0,0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^i}{i!} \sum_{k=0}^N C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k = 1. \quad (2)$$

Общее число занятых каналов складывается из n_a каналов, занятых активными абонентами, и j каналов, находящихся в числе отказавших: $k = n_a + j$.

Перегрузки будут возникать тогда, когда общее число занятых каналов k достигнет предельного уровня N . Поэтому необходимо найти распределение двух дискретных переменных i (число абонентов в соте) и $k = n_a + j$ – число занятых каналов. В [3] показано, что решение может быть представлено в виде

$$P_{i,k} \approx \frac{\frac{(\rho^m)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^l}{l!} \sum_{m=0}^{\min(l,N)} C_l^m \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^m}, \quad (3)$$

$$i=0,1, \dots, k=0,1, \dots, \min(i, N).$$

Полученное решение совпадает с решением в [1] для одномерного закона Эрланга В после введения в модель отказов.

Расчет потерь. Помимо этого решения представляется полезным также найти двумерное распределение $P_{i,j}$ для числа абонентов в соте i и числа потерянных каналов j . Для этого нужно суммировать трехмерную плотность (1) по параметру n_a от 0 до $(N-j)$. Однако в общем случае такой подход не позволяет получить компактное выражение: результат имеет вид функции от многократных сумм, где в качестве аргументов появляются неполные бета-функции. Однако если принять ограничивающее условие на непревышение порога 5%-ной вероятностью перегрузок (GoS), то с той же относительной точностью приближения (в пределах 5%) можно найти двумерную плотность $P_{i,j}$, но уже в компактной форме. Достигается это путем замены диапазона суммирования по n_a с $[0, 1, \dots, (N-j)]$ на $[0, 1, \dots, i]$.

Тогда

$$P_{i,j} \approx \sum_{n_a=0}^i P_{i,n_a,j} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j}{j! i!} \sum_{n_a=0}^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} C_i^{n_a} (i-n_a)^j. \quad (4)$$

Учитывая стандартное приближение, справедливое для больших и средних сот: $i \gg n_a$, можно получить

$$(i-n_a)^j = i^j \left(1 - \frac{n_a}{i}\right)^j \approx i^j e^{-\frac{n_a j}{i}}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), запишем

Ожидаемые потери каналов для макросот, микросот и пикосот

v	Макросоты					Микросоты					Пикосоты				
	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
v = 120 км/ч															
0,02	2,64	3,48	4,31	5,12	5,91	0,48	0,63	0,78	0,93	1,07	0,11	0,14	0,17	0,21	0,24
0,03	1,76	2,32	2,87	3,41	3,94	0,32	0,42	0,52	0,62	0,72	0,07	0,09	0,12	0,14	0,16
0,04	1,32	1,74	2,15	2,56	2,95	0,24	0,32	0,39	0,46	0,54	0,05	0,07	0,09	0,1	0,12
0,05	1,05	1,39	1,72	2,05	2,36	0,19	0,25	0,31	0,37	0,43	0,04	0,06	0,07	0,08	0,1
v = 50 км/ч															
0,02	2,69	3,54	4,39	5,21	6,02	0,48	0,63	0,78	0,93	1,07	0,11	0,14	0,17	0,21	0,24
0,03	1,79	2,36	2,92	3,47	4,01	0,32	0,42	0,52	0,62	0,72	0,07	0,09	0,12	0,14	0,16
0,04	1,34	1,77	2,19	2,6	3,01	0,24	0,32	0,39	0,46	0,54	0,05	0,07	0,09	0,1	0,12
0,05	1,07	1,42	1,75	2,08	2,41	0,19	0,25	0,31	0,37	0,43	0,04	0,06	0,07	0,08	0,1
v = 5 км/ч															
0,02	26,86	35,45	43,86	52,11	60,19	2,4	3,17	3,92	4,65	5,37	0,27	0,36	0,44	0,53	0,61
0,03	17,9	23,62	29,23	34,72	40,1	1,6	2,11	2,61	3,1	3,58	0,18	0,24	0,3	0,35	0,41
0,04	13,43	17,72	21,92	26,03	30,07	1,2	1,58	1,96	2,32	2,68	0,14	0,18	0,22	0,26	0,3
0,05	10,74	14,17	17,53	20,82	24,05	0,96	1,27	1,57	1,86	2,15	0,11	0,14	0,18	0,21	0,24

$$P_{i,j} \approx P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{v}\right)^j i^j}{j!i!} \sum_{n_0=0}^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_0} \left(e^{-\frac{j}{i}}\right)^{n_0} C_i^{n_0} =$$

$$= P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{v}\right)^j i^j}{j!i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*} e^{-\frac{j}{i}}\right)^i.$$

Учитываем, что во всех ситуациях, когда сеть работает правильно, в сотах должно выполняться условие $j \ll i$. Значит, можно считать $e^{-\frac{j}{i}} \approx 1$, и тогда для искомой функции получаем

$$P_{i,j} \approx \sum_{n_0=0}^i P_{i,n_0,j} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{v}\right)^j i^j}{j!i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i,$$

$j=0, 1, 2, \dots, \min(N, i).$

После нормировки (7), учитывая, что для статистически значимых значений $j \ll \min(N, i)$, можно записать

$$P_{0,0,0} = \exp\left[-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right)\right].$$

В результате имеем

$$P_{i,j} \approx \exp\left[-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right)\right] \frac{(\rho^m)^i \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{v}\right)^j i^j}{i! j!},$$

где $j=0, 1, 2, \dots, \min(N, i), \mu^* = \mu + \omega$.

Просуммировав (9) по i , получим распределение для числа потерянных каналов j в зоне обслуживания

$$P_j = \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,j} \approx \exp\left[-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{v}\right)^j}{j!} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^i \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i i^j}{i!},$$

которое может быть преобразовано в распределение Эрланга В:

$$P_j \approx \frac{(\rho^m)^j \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left[\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right) - 1\right]^j}{j!} \Bigg/ \sum_{m=0}^N \frac{(\rho^m)^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left[\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right) - 1\right]^m}{m!}.$$

У распределения (11) характеристика интенсивности связана с параметрами $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m}, \lambda, \mu^* = (\mu + \omega), \omega$ и v :

$$\rho^* = \rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \left[\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{v}\right) - 1\right],$$

что определяет среднее статистическое значение и дисперсию числа потерянных каналов. Например, если обратиться к набору параметров $\lambda^m = 15; \mu^m = 0,0083; \lambda = 0,001; \mu = 0,016667; \omega = 0,0005; v = 0,0333$, что соответствует среднему числу абонентов в соте $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m} \approx 1807$, среднему числу занятых каналов (в приближении Эрланга В) $\frac{\rho^m \lambda}{\mu} \approx 108,5$ и средней вероятности DropCallRate $\frac{\omega}{v} \approx 1,5\%$, то из (12) находим $\rho^* \approx 1,672 \ll 120 (N = 120)$.

Если же увеличить интенсивность потока событий попадания в зону радиозамятия в 10 раз и в два раза – временные затраты системы на восстановление потерянных каналов (т.е. взять $\omega = 0,005; v = 0,016667$), то из (12) получим $\rho^* \approx 26,36 \ll 120 (N = 120)$.

Из сказанного следует, что потерянные каналы будут составлять меньшую часть ресурса соты.

Воспользовавшись (12), можно также рассчитать ожидаемое число потерянных каналов (таблица). Параметры λ и μ выбирались равными 10^{-3} и 10^{-2} , что наиболее характерно для современных условий работы.

На рис. 1 приведены результаты расчета двумерного распределения $P_{i,j}$ по (9) для набора параметров $\lambda^m = 15$ аб/с; $\mu^m = 0,0083$ с⁻¹; $\lambda = 0,001$ с⁻¹; $\mu = 0,016667$ с⁻¹; $\omega = 0,0005$ с⁻¹; $v = 0,0333$ с⁻¹ и $N = 120$. Это соответствует макросотовому покрытию территории с мобильными абонентами, переме-

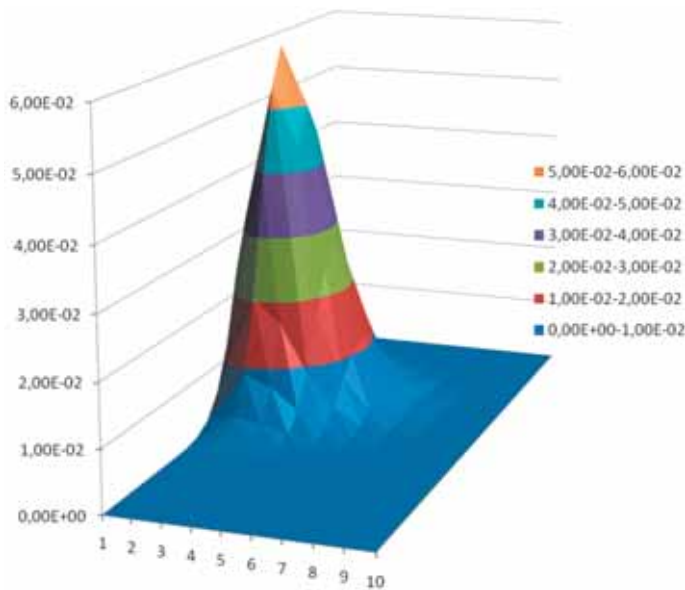


Рис. 1. Двумерное распределение числа абонентов и потерянных каналов в сети

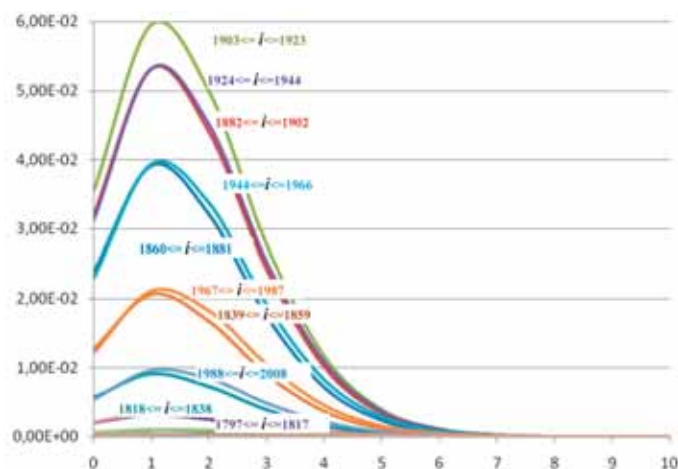


Рис. 2. Сечения двумерной плотности вероятности для потерянных каналов в сети при различных диапазонах допустимых значений числа абонентов в сети

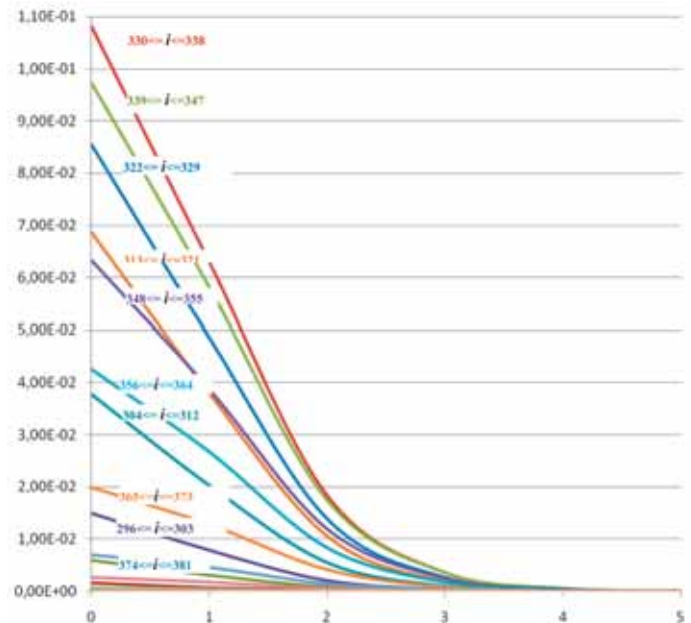


Рис. 3. Сечения двумерной плотности вероятности для потерянных каналов в микросоте при различных диапазонах допустимых значений числа абонентов

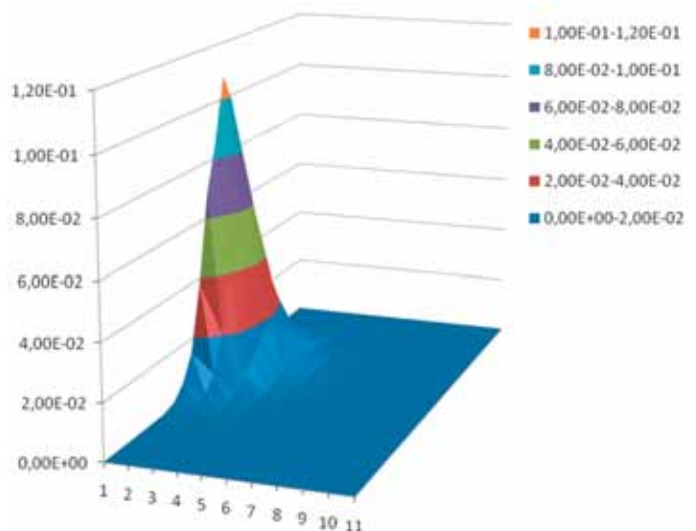


Рис. 4. Двумерное распределение потерянных каналов и числа абонентов в микросоте

щающимися со средней скоростью 50 км/ч. Как можно видеть, потери каналов (DropCallRate) в абсолютном выражении не превышают 6–7. Большее количество потерь может наблюдаться с очень малыми вероятностями.

На рис. 2 показаны сечения той же двумерной плотности $P_{i,j}$ для различных значений диапазонов числа абонентов в сети.

Чтобы сравнить характер поведения двумерных плотностей $P_{i,j}$ для макро- и микросот, на рис. 3 и 4 приведены аналогичные расчетные характеристики для микросоты при следующих параметрах: $\lambda^m = 8,4$ аб/с; $\mu^m = 0,028$ с⁻¹; $\lambda = 0,002$ с⁻¹; $\mu = 0,016667$ с⁻¹; $\omega = 0,0005$ с⁻¹; $\nu = 0,0333$ с⁻¹ и $N = 40$.

Заключение. Сопоставление приведенных графиков показывает, что для микросоты ситуации с отсутствием потерянных каналов наиболее вероятны, а для макросоты наблюдается потеря нескольких каналов. Это означает, что для маленьких сот начинает сильнее проявляться эффект «мерцания».

Полученные результаты можно трактовать как развитие известных подходов на более общие случаи, охватывающие сразу процессы как перегрузки (GoS), так и потерь каналов (DropCallRate).

ЛИТЕРАТУРА

1. Сугорихин Н.Б. Оценка надежности элементов коммутируемых телефонных сетей. – М.: Связь, 1974.
2. Шорин О.А. Методы оптимального распределения частотно-временного ресурса в системах подвижной радиосвязи // Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – М.: МТУСИ, 2005.
3. Шорин О.А., Орехов А.А., Шорин А.О. Качество обслуживания вызовов в сотовых системах связи с учетом замираний // Вестник РАЕН. – 2009. – Т. 9. – № 2.